

Д-р **Е. М. Барский** (✉)

Академический инженерный колледж Азриэли,
Иерусалим, Израиль

УДК 621.928.6:519.28(569.4)

РАВНОИЗВЛЕКАЕМОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ КЛАССОВ КРУПНОСТИ В ПРОЦЕССАХ ГРАВИТАЦИОННОЙ СЕПАРАЦИИ

Теория процессов гравитационной классификации обычно базируется на закономерностях поведения в потоке единичных частиц. Этот подход давно и справедливо подвергается критике, поскольку с этих позиций нельзя объяснить наблюдаемые в реальных процессах явления: незавершенность разделения, аффинность кривых, загрязнение продукта и т. д. Выявить связь между закономерностями поведения единичной частицы и реального массового разделения в потоке удалось только при осмыслении явления равноизвлекаемости частиц разной крупности.

Ключевые слова: гравитационная сепарация, каскадный сепаратор, равноизвлекаемость частиц разной крупности, аффинизация кривых.

ВВЕДЕНИЕ

Обычно в теории сепарации пристальному изучению подвергаются условия оптимальности разделения для частиц граничной крупности. Это понятно, так как при этом достигается максимальная разница во фракционном составе конечных продуктов. Установлено [1], что условием оптимальности является равноизвлекаемость узкого класса граничного класса крупности в оба продукта, т. е.

$$F_c(x) = F_f(x) = 50 \%, \quad (1)$$

где $F_c(x)$ — извлечение узкого класса в крупный продукт; $F_f(x)$ — извлечение узкого класса в мелкий продукт.

ПОСТАНОВКА ВОПРОСА

Обычно разделение производится в гравитационных классификаторах, имеющих некоторую высоту (рис. 1). Материал подается либо сверху, либо в среднюю часть аппарата. Внутри канал разделения может быть полым или иметь некоторые внутренние устройства, образующие, как правило, каскад. Поток воздуха или воды поступает в аппарат снизу. Скорость потока задается таким образом, чтобы мелкие частицы поднимались вверх, а крупные падали вниз против те-

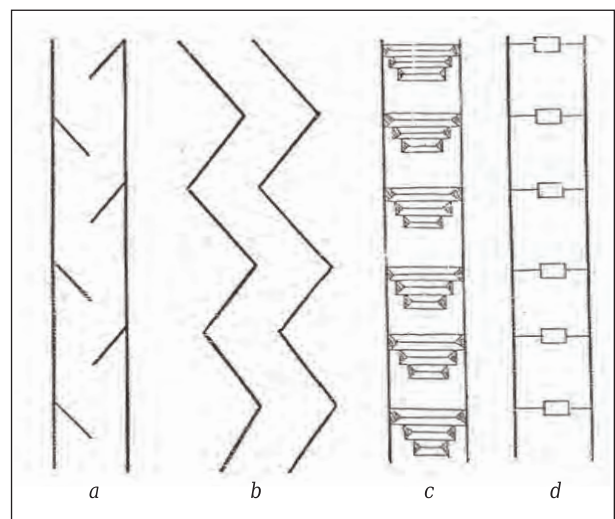


Рис. 1. Некоторые типы каскадных классификаторов: а — с полками; б — зигзаг; в — поликаскад; д — с радиальными решетками

чения. При этом стараются найти такой режим, чтобы частицы граничной крупности разделялись в оба продукта поровну. Общая картина извлечения частиц разной крупности в мелкий продукт в зависимости от скорости потока в полочном каскадном сепараторе показана на рис. 2, а. Здесь четко видно, при какой скорости потока извлекается оптимально каждый класс крупности. Удивительное заключается в том, что из этого семейства кривых можно получить унифицированную кривую. Если по оси абсцисс отложить величину критерия аффинности для среднего размера узкого класса и скорости потока, то из опытных значений (см. рис. 2, а) получается зависимость, показанная на рис. 2, б.



Е. М. Барский
E-mail: barskym@bgu.ac.il

Под критерием аффинности понимается безразмерное соотношение B :

$$B = \frac{gd(\rho - \rho_0)}{w^2 \rho_0}, \quad (2)$$

где g — ускорение свободного падения, м/с²; d — средний размер частиц узкого класса, м; w — средняя по сечению скорость потока, м/с; ρ и ρ_0 — плотность частиц материала и плотность среды, кг/м³.

Аналогичный результат получается и при гравитационном обогащении материалов разной плотности [2].

Из сопоставления рис. 2, а и б следует, что все оптимальные значения скорости потока стягиваются в одну точку с B_{50} . Однако эта же кривая показывает, что не только оптимальное, но и любое другое извлечение (например, $F_f(x)$, равное 5, 20, 30, 60 и 70 % и т. д.) также однозначно определяется постоянством соответствующих параметров B_5 , B_{20} , B_{30} , B_{60} и B_{70} и т. д.

Совершенно неясна физическая основа этого явления, которая позволяет в хаотическом процессе разделения с огромным количеством случайных факторов получить строго детерминированную закономерность. Попробуем прояснить физику этого явления. Начнем анализ с рассмотрения поведения единичной частицы в потоке.

И хотя этот вопрос достаточно изучен, проанализируем его несколько с иных позиций.

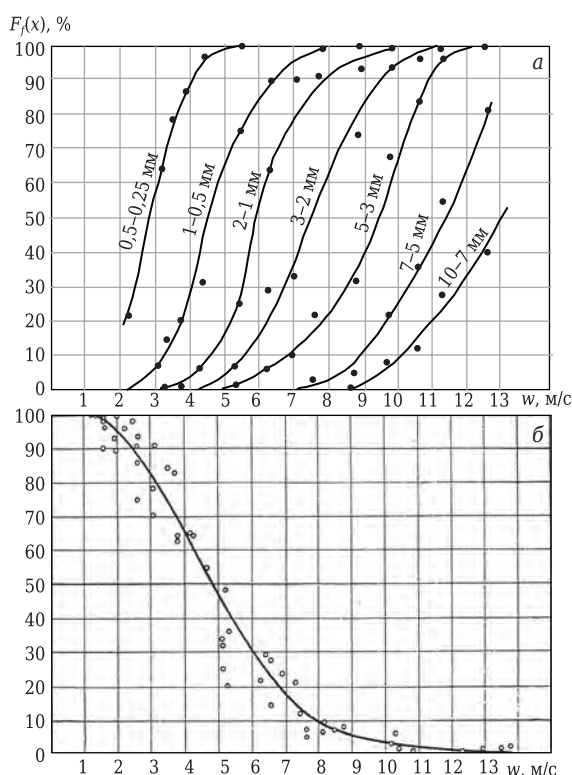


Рис. 2. Зависимость фракционного разделения кварцита от скорости потока воздуха w (а) и аффинное преобразование этих кривых разделения (б)

ПРОСТОЕ ОСАЖДЕНИЕ ЧАСТИЦЫ

Характер осаждения твердой круглой частицы определяется системой сил, состоящей из веса частицы в рассматриваемой среде и сопротивления этой среды осаждению. Вес частицы равен

$$G = mg_0, \quad (3)$$

где m — масса частицы, кг·с²/м; g_0 — ускорение свободного падения в подвижной среде, м/с²,

$$g_0 = g \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}. \quad (4)$$

Сопротивление R движению частицы со стороны среды в общем виде определяется зависимостью

$$R = \lambda F \frac{v^2}{2} \rho_0, \quad (5)$$

где λ — коэффициент сопротивления среды; F — миделево сечение частицы, м²; v — скорость движения частицы, м/с.

Таким образом, можно записать уравнение движения частицы при осаждении ее в неподвижной среде:

$$m \frac{dv}{dt} = -mg_0 + \frac{1}{2} \lambda F v^2 \rho_0, \quad (6)$$

где t — время.

В общем виде это уравнение можно решить, проведя замену переменных:

$$v = -\frac{u}{ku'},$$

$$\text{где } k = \frac{\lambda + \rho_0}{2m}.$$

После приведения подобных членов

$$\frac{d^2 u}{dt^2} - g_0 k u = 0 \quad (7)$$

общее решение этого уравнения имеет вид

$$u = c_1 e^{\sqrt{g_0 k} t} + c_2 e^{-\sqrt{g_0 k} t}, \quad (8)$$

где c_1 , c_2 — безразмерные константы.

С учетом проведенной замены переменных можно найти

$$v = -\sqrt{\frac{g_0}{k}} \cdot \frac{c_1 e^{\sqrt{g_0 k} t} - c_2 e^{-\sqrt{g_0 k} t}}{c_1 e^{\sqrt{g_0 k} t} + c_2 e^{-\sqrt{g_0 k} t}}. \quad (9)$$

Из начальных условий $v_{t=0} = 0$.

Из зависимости (9) получается

$$v = \sqrt{\frac{g_0}{k}} \operatorname{th} t \sqrt{g_0 k}, \quad (10)$$

где th — гиперболический тангенс.

Теоретически предел скорости движения частицы (10) достигается по истечении бесконечного времени. Однако с достаточной для практики точностью можно принять, что гиперболический тангенс достигает предельного значения при аргументе, равном 2,5. Отсюда время

переходного процесса при осаждении частицы можно определить как

$$t\sqrt{g_0 k} = 2,5, \quad (11)$$

или

$$t = \frac{2,5}{\sqrt{\frac{(\rho - \rho_0) \cdot \lambda F \rho_0}{\rho_0} \cdot \frac{1}{2m}}}. \quad (12)$$

По истечении этого промежутка времени единичная частица приобретает установившуюся скорость движения, которая получила название конечной скорости осаждения. Из выражения (10) следует

$$v_0 = \sqrt{\frac{g_0}{k}} = \sqrt{\frac{(\rho - \rho_0) \cdot 2m}{\rho \lambda F \rho_0}}. \quad (13)$$

Для круглой частицы $m = \frac{\pi d^3}{6} \cdot \rho$, $F = \frac{\pi d^2}{4}$, где d — диаметр частицы, м.

Окончательно можно записать:

$$v_0 = \sqrt{\frac{4gd(\rho - \rho_0)}{3\lambda\rho_0}}. \quad (14)$$

При скорости потока, равной скорости осаждения частицы v , в идеальном случае будет обеспечено витание этой частицы. При этом, как установлено, происходит разделение частиц по полам в оба выхода, когда

$$w_{50} = v_0, \quad (15)$$

где w_{50} — скорость потока, равная скорости осаждения.

Из выражения (14) с учетом равенства (15) можно получить

$$w_{50}^2 = \frac{4gd(\rho - \rho_0)}{3\lambda\rho_0}. \quad (16)$$

Отсюда

$$\frac{3}{4}\lambda = \frac{gd(\rho - \rho_0)}{w_{50}^2 \rho_0} = B_{50}, \quad (17)$$

или

$$B_{50} = \frac{3}{4}\lambda. \quad (18)$$

Таким образом, параметр B_{50} приобретает смысл коэффициента сопротивления частицы. В этой связи, естественно, большой интерес представляет определение на этом же физическом уровне значения других параметров B , обеспечивающих равноизвлечение других классов, отличных от 50 %.

ОБЩЕЕ УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В ПОТОКЕ

Оно может быть записано так:

$$m \frac{dv}{dt} = -md + \frac{1}{2}\lambda F \rho_0 (v - w)^2. \quad (19)$$

Это уравнение преобразовывается к виду

$$\frac{dv}{dt} = -g_0 + k(v - w)^2, \quad (20)$$

$$\text{где } k = \frac{\lambda F \rho_0}{2m}.$$

В таком виде эта зависимость представляет собой уравнение типа Риккати, которое приводится к дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2kw \frac{du}{dt} + k(-g_0 + kw^2) = 0, \quad (21)$$

$$\text{где } v = \frac{-4}{ku}.$$

Решение этого уравнения дает следующий результат:

$$v = w - \sqrt{\frac{g_0}{k}} \cdot \frac{c_1 e^{\sqrt[4]{g_0 k}} - c_2 e^{-\sqrt[4]{g_0 k}}}{c_1 e^{\sqrt[4]{g_0 k}} + c_2 e^{-\sqrt[4]{g_0 k}}}. \quad (22)$$

Из сопоставления выражений (9) и (22) следует, что в любой сопоставимый момент времени теоретическая усредненная скорость движения частицы в противопотоке равна скорости ее при осаждении в неподвижной среде плюс скорость самого потока. Второй сомножитель выражения (22) при соответствующих начальных условиях представляет собой гиперболический тангенс, асимптотически приближающийся к своему пределу. По истечении некоторого промежутка времени скорость частицы становится практически постоянной и определяется зависимостью

$$v = w - \sqrt{\frac{g_0}{k}}. \quad (23)$$

В окончательном виде эта зависимость записывается как

$$v = w - \sqrt{\frac{4gd(\rho - \rho_0)}{3\lambda\rho_0}} = w - w_{50}. \quad (24)$$

Это означает, что скольжение частицы относительно потока определяется величиной ее скорости витания, т. е. частица всегда отстает от потока на величину своей скорости витания. Значит,

$$w = w_{50} + v. \quad (25)$$

Общее выражение для параметра B в этом случае можно записать так:

$$B = \frac{gd}{w^2} \cdot \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{gd(\rho - \rho_0)}{(w_{50} + v)^2 \rho_0} = \frac{3}{4}\lambda, \quad (26)$$

а для условий витания, как известно,

$$B_{50} = \frac{gd}{w_{50}^2} \cdot \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{3}{4} \lambda_{50} \quad (27)$$

Разделим второе выражение на первое:

$$\frac{B_{50}}{B} = \frac{\lambda_{50}}{\lambda} = \frac{w^2}{w_{50}^2} \quad (28)$$

Отсюда следует, что соотношение скорости потока и скорости витания предопределяет величину равноизвлекаемости. И этот параметр имеет универсальный характер. Если функция типа $F_f(x) = f(B)$ имеет универсальный характер только для турбулентных потоков, то зависимость типа $F_f(x) = f\left(\frac{B_{50}}{B}\right)$ приобретает всеобщий универсальный характер для любых режимов движения среды.

Это можно проиллюстрировать конкретным примером фракционирования тонкодисперсного алюминиевого порошка плотностью 2700 кг/м³, используемого для приготовления красок. Гранулометрический состав алюминиевого порошка в частных остатках указан ниже (d — граничная крупность; r — частные остатки):

d , мм...	0,4	0,315	0,2	0,16	0,125	0,1	0,08	0,063	0,05	0,045	0,04	0,035	0,03	0,025	0,02	0,015	0,01	0,005	Дно
r , %....	6,5	6,9	14,3	7,8	6,5	6,7	7,8	8,2	3,5	4,2	4,2	4,2	4,8	4,2	3,0	1,8	1,6	3,5	0,3

Опыты проводили на каскадном воздушном классификаторе, состоящем из девяти ступеней со средним вводом ($z = 9, i = 5$). Скорость потока воздуха изменяли в диапазоне от 0,29 до 1,4 м/с при проверенных концентрациях материала, не влияющих на результаты разделения. Результаты этой группы опытов, обработанных по систе-

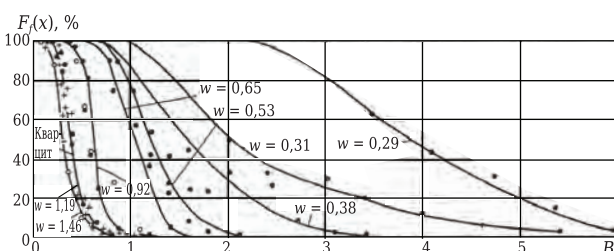


Рис. 3. Зависимость $F_f(x) = f(B)$

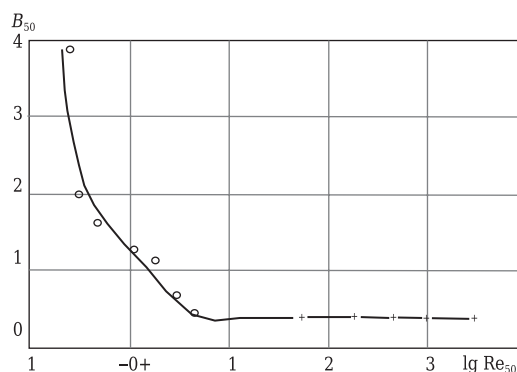


Рис. 4. Зависимость параметра B_{50} от критерия Рейнольдса

ме $F_f(x) = f(B)$, показаны на рис. 3. Видно, что полученные кривые не становятся аффинными. При этом следует отметить, что при повышенных скоростях, равных 1,46 и 1,19 м/с, они практически сливаются между собой, однако при более низких скоростях отклоняются друг от друга и тем интенсивнее, чем меньше скорость потока.

На основании опытных данных была построена вначале зависимость типа $F_f(x) = f(x)$, по которой для каждой скорости потока определяли значение x_0 . По рис. 3 для каждой скорости потока было определено значение B_0 . Результаты всех этих определений приведены ниже:

Скорость потока воздуха									
w , м/с.....	1,46	1,19	0,92	0,65	0,53	0,38	0,31	0,29	
B_{50}	0,35	0,41	0,65	1,1	1,23	1,6	2,0	3,9	
Re_{50}	8,14	4,76	3,28	1,99	1,21	0,54	0,33	0,26	

Для получения наиболее широкого диапазона были проведены дополнительные опыты с кварцевым порошком ($\rho = 2670$ кг/м³) крупностью от 0,1 до 3 мм при скорости потока воздуха 4,7, 5,57, 6,67, 7,3 и 7,89 м/с. Кривые (см. рис. 3)

дают аффинную зависимость, совпадающую с кривыми, полученными при скорости потока воздуха 1,46 и 1,19 м/с.

На основании всех этих данных была получена опытная зависимость типа $B_{50} = f(Re_{50})$, которая показана на рис. 4. Она полностью соответствует характеру известной кривой Релея типа $\lambda = f(Re)$ для единичной частицы. Это указывает на правильность предположений о связи B и λ . При высоких значениях Re параметр B_{50} имеет постоянное значение. Это характерно для турбулентной области потока, что соответствует однозначной аффинизации кривых разделения от параметра B . При переходе к ламинарным процессам подобная закономерность нарушается и аффинизации от этого параметра не наблюдается. Переход от одного режима к другому осуществляется для данного аппарата при $Re \sim 4,76$, что соответствует граничной крупности для данного материала ($\rho = 2700$ кг/м³) примерно 0,056 мм. Очевидно, для других материалов и аппаратов этот переход может происходить при других крупностях. Учитывая обобщающий характер параметра B , можно определить это значение для любого материала.

Воспользуемся найденной здесь закономерностью и построим для всех указанных опытов зависимость типа

$$F_f(x) = f\left(\frac{B}{B_{50}}\right) \quad (29)$$

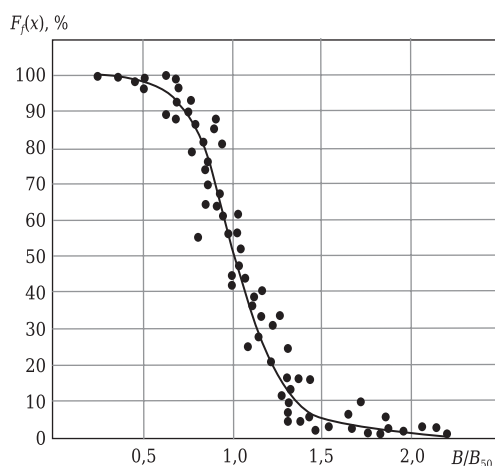


Рис. 5. Аффинизированная зависимость $F_r(x) = f\left(\frac{B}{B_{50}}\right)$

Такая зависимость показана на рис. 5. Здесь получается полная аффинизация кривых разделения для всех режимов. Это означает, что в диапазоне границ разделения порошков от 10 мкм до 10 мм установлена единая закономерность процесса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Установлено, что параметр аффинизации кривых разделения в оптимальных режимах имеет физический смысл сопротивления при осаждении одиночной частицы.

2. Аналогичность параметров $\lambda = f(Re)$ и $B_{50} = f(Re_{50})$ определяет связь между закономерностями единичного осаждения частицы в потоке и массовым процессом разделения.

3. Величину равноизвлекаемости предопределяет только соотношение скоростей потока и скоростей витания в нем твердых частиц независимо от случайных параметров процесса.

Библиографический список

1. Barsky, E. Cascade separation of powders / E. Barsky, M. Barsky. — Cambridge : Cambridge International Science Publishing, 2006. — 466 p.
2. Barsky, E. Similarity criteria for processes of gravitational classification / E. Barsky, M. Barsky // Physical Separation in Science and Engineering. — 2004. — № 3. — P. 101–118. ■

Получено 26.08.20
© Е. М. Барский, 2020 г.

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ



UNITECR 2021 — 17-й всемирный конгресс и объединенная международная техническая конференция по огнеупорам

14–17 сентября 2021 г.
г. Чикаго, США

Тезисы докладов по основным темам:

- Огнеупоры:
 - для черной металлургии
 - для цветной металлургии
 - для цементной промышленности
 - для стекольной промышленности
 - для нефтехимических процессов
- Огнеупорные материалы для сжигания отходов и др.
- Сырье
- Экологическая устойчивость и переработка
- Достижения в области производства и оборудования
- Огнеупорные инженерные системы и дизайн
- Новые разработки
- Базовая наука
- Энергосбережение и теплоизоляция
- Тестирование огнеупоров
- Образование
- Применение промышленных огнеупоров
- Кооперация производителей, потребителей и исследователей

www.Unitecr2021.org