Д. т. н. В. В. Кузин (🖾), д. т. н. С. Н. Григорьев, к. т. н. М. А. Волосова

ФГБОУ ВО «Московский государственный технологический университет «Станкин», Москва, Россия

# удк 666.3.004.9 ОСНОВЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ИНЖЕНЕРИИ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ШЛИФОВАННОЙ КЕРАМИКИ

Приведены основные положения компьютерной инженерии поверхностного слоя шлифованной керамики. Они базируются на двух расчетных схемах, математической модели, алгоритмах решения задач стационарной и неустановившейся термоупругости, автоматизированной системы термопрочностных расчетов и методике расчета горизонтальных и вертикальных перемещений, температуры, напряжений и интенсивности напряжений с использованием метода контрольных точек.

**Ключевые слова:** компьютерная инженерия, керамика, поверхностный слой (ПС), расчетная схема, математическая модель, стационарная и неустановившаяся термоупругость, термопрочностной расчет.

#### введение

окращение стоимости и времени вывода научного продукта на рынок способно обеспечить компьютерное моделирование за счет сужения области поиска на начальном этапе исследования и дополнения результатами расчетов экспериментально установленных закономерностей. Этот подход к созданию новых материалов явился основой для появления компьютерного материаловедения (KM) (computational materials science), которое к настоящему времени приобрело контуры междисциплинарного научного направления на фоне стремительного развития вычислительных систем и программного обеспечения [1]. Другой движущей силой компьютерного материаловедения является понимание материаловедами неоспоримых преимуществ от получения результатов в условиях, когда проведение натурных экспериментов затруднено или просто невозможно.

Главной задачей КМ является анализ связей в системе состав – обработка – структура – свойство, позволяющих оценить поведение металлических и композиционных материалов со сложной структурой в определенных условиях с использованием построенных моделей [2]. Исторические аспекты КМ и основные этапы его развития подробно проанализированы

> ⊠ B. B. Кузин E-mail: dr.kuzinvalery@yandex.ru

в статье [3]. Обзор новейших приложений КМ на основе квантово-механических концепций приведен в статье [4]. К настоящему времени в КМ сформировались разные подходы к решению главной задачи, среди которых наиболее перспективным следует признать парадигму «интегрированная компьютерная инженерия материалов» (integrated computational materials engineering — ICME) [5]. Совокупность принципов, ориентиров, стандартов, баз данных и наборов инструментов для ІСМЕ способна решать наиболее проблемные задачи в материаловедении. Например, использование ІСМЕ позволило изучить пластическое поведение материала, в том числе формирование остаточных напряжений, при вытягивании труб с учетом структуры материала [6].

Во многих случаях в комплексе со стандартным анализом напряжений на макроскопическом уровне требуется проанализировать микронапряжения и диффузионные явления. Для этого используются многомасштабный анализ и разные разделы физики, что обеспечивает лучшее понимание поведения и свойств материалов [7]. Пример инженерии гетерогенных материалов с наноразмерными неоднородностями, основанный на использовании вычислительных зерен (computational grains) и учитывающий границы раздела фаз, приведен в статье [8]. Эти двумерные вычислительные зерна являются математически определенным доменом конечного размера многоугольной формы, в который заделаны упругие наночастицы круглой формы. Результаты КМ с использованием этой методики позволили изучить неоднородность напряжений в вычислительных зернах с разным числом включений. Расчеты стабильных и метастабильных гетерогенных фазовых равновесий, количества фаз и их состава, температур преобразования, фазовых бинарных и многокомпонентных диаграмм, необходимые при разработке материалов и процессов, выполняются с использованием специализированного программного комплекса компании Thermo-Calc Software [9].

Авторы настоящей статьи, имеющие опыт в изучении напряженно-деформированного состояния высокоплотных керамических материалов, видят в ІСМЕ эффективный инструмент для проектирования высокоплотной керамики и глубокого анализа процессов, происходящих в керамических деталях. По мнению авторов публикации [10]. микроструктуру, пористость. дефектность, границы раздела фаз и морфологию поверхности необходимо учитывать на раннем этапе создания новой керамики, так как эти параметры влияют на большинство ее функциональных свойств. Поэтому разработка методологии ІСМЕ применительно к высокоплотным керамическим материалам является весьма актуальной задачей.

Цель настоящего исследования — разработка основы компьютерной инженерии поверхностного слоя (ПС) шлифованной керамики с использованием ранее построенной микроструктурной модели. Авторы рассматривают эти основы как первый этап в создании интегрированной компьютерной инженерии высокоплотных керамических материалов.

# РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ

Наиболее эффективным методом исследования напряженного состояния разных конструкций является метод конечных элементов, хорошо приспособленный для машинной реализации [11]. Его преимуществами являются получение полной картины напряженно-деформированного состояния сложных конструкций, высокая точность и рациональное представление результатов расчетов, в том числе графическое изображение состояния конструкции. На основе этого метода разработаны мощные и универсальные программные средства, предполагающие подготовку объемных массивов исходных данных. Однако, по мнению авторов [12], целесообразно также создавать специализированные программные комплексы, ориентированные на решение достаточно узких задач и обеспечивающие контроль подготовки данных, численную машинную реализацию алгоритмов расчета, а также выдачу результатов в удобной форме для практического использования.

В соответствии с этими рекомендациями разработаны две расчетные схемы на базе микроструктурной модели ПС шлифованной керамики, контактирующей с упругим телом [4]. Расчетная схема № 1 предназначена для создания специализированной системы автоматизированных термопрочностных расчетов, схема № 2 - для использования в системе автоматизированного проектирования SolidWorks (приложение SOLIDWORKS Simulation). Расчетные схемы учитывают специфику контакта керамической детали с сопрягаемой деталью: расчетная схема № 1 моделирует процессы в области контактного взаимодействия (на площадке износа) [13], схема № 2 — в приконтактной области [14]. Исходя из условий контакта, для каждой схемы определены условия нагружения.

Приняли следующие допущения: рассматривается плоская задача; отсутствуют пластические деформации; керамика является бездефектной (поры и трещины не являются элементами ее структуры); ПС шлифованной керамики состоит из слоя С; переходная фаза и подповерхностный дефектный слой принадлежат керамике; слой С имеет только дефекты внешней поверхности; на границе керамики со слоем С имеются полости и трещины; ударные нагрузки заменены сосредоточенными силами. Правомерность этих допущений обоснована [15].



Рис. 1. Расчетные схемы № 1 (*a*) и 2 (б)

Расчетная схема № 1 предназначена для создания специализированной системы автоматизированных термопрочностных расчетов (рис. 1, а). Эта схема характеризует конструкцию, в которой единичное зерно круглой или эллипсоидальной формы с полудиаметрами а и *b* заделано в матрицу через межзеренную фазу толщиной б<sub>f</sub>. На свободных внешних поверхностях зерна, матрицы и межзеренной фазы расположен слой С толщиной δ<sub>s</sub>, на котором размещен упругий слой толщиной δ<sub>k</sub>. На упругий слой пействует комплекс силовых и тепловых нагрузок. На внешний контур упругого слоя в произвольных точках действуют: сосредоточенная сила F, зависящая от времени и направленная под углом β к оси у; распределенная сила силовой нагрузки Р; тепловой поток Q. Учитываются конвективные потери тепла с коэффициентом теплообмена h на свободной от теплового потока части контура упругого слоя.

Расчетная схема № 2 предназначена для расчетов в приложении SOLIDWORKS Simulation (рис. 1, б). Эта схема характеризует конструкцию, в которой единичное зерно круглой или эллипсоидальной формы с полудиаметрами а и *b* заделано в матрицу через межзеренную фазу толщиной δ<sub>f</sub>. На свободных внешних поверхностях зерна, матрицы и межзеренной фазы расположен слой *C* толщиной δ<sub>s</sub>. На стыке зерна, межзеренной фазы, матрицы и слоя С расположены полость и трещина, являющиеся фазой пустоты; на внешней поверхности имеется дефект в форме выступа. Эта схема характеризует состояние приконтактной области, в которой отсутствует контакт с сопрягаемым телом, а тепло действует бесконтактно; по этой причине в ней отсутствуют упругий слой и комплекс силовых нагрузок. На внешний контур слоя С в произвольных точках действует только тепловой поток Q; конвективный отвод тепла с коэффициентом теплообмена h осуществляется на свободной от теплового потока части контура слоя C.

Каждый элемент в этих расчетных схемах, выполненный из однородного и изотропного материала, характеризуется плотностью  $\rho$ , модулем упругости E, коэффициентом Пуассона  $\mu$ , температурным коэффициентом линейного расширения (ТКЛР)  $\alpha$ •, теплопроводностью  $\lambda$  и удельной теплоемкостью  $C_p$ , причем  $\lambda$  и  $C_p$ зависят от температуры. Свойства базовых тугоплавких соединений для изготовления керамики приведены в табл. 1 и 2 [16]. Размеры элементов задаются на основании результатов экспериментальных исследований.

В этих расчетных схемах выделены границы фаз: граница  $\Gamma p1$  между зерном и межзеренной фазой; граница  $\Gamma p2$  между межзеренной фазой и матрицей; граница  $\Gamma p3$  между зерном и межзеренной фазой (с одной стороны) и слоем C (с другой стороны). Обе расчетные схемы отражают реальную структуру и неоднородность свойств высокоплотной керамики, так как они разработаны на основе результатов комплексного исследования алмазного шлифования образцов керамики на основе  $Al_2O_3$ ,  $Si_3N_4$ , SiC и ZrO<sub>2</sub>.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЕЕ ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

С использованием расчетной схемы № 1 решена двухмерная задача теорий теплопроводности и упругости с учетом нелинейной зависимости теплопроводности и удельной теплоемкости от температуры с использованием метода конечных элементов. Нелинейная постановка задачи связана с сильной зависимостью теплофизических свойств тугоплавких соединений от температуры.

Таблица 1.					
Соединение, конструкционный материал	ρ, г/см <sup>3</sup>	<i>Е,</i> ГПа	μ	α,10 <sup>-6</sup> 1/град (20-1500 °С)	
Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	3,2	300	0,25	3,2	
$Y_2O_3$	4,9	250	0,22	7,9	
MgO	3,4	315	0,18	13,4	
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4,0	380	0,24	8,5	
TiC	4,9	484	0,22	7,95	
SiC	3,158	460	0,16	5,3	
$ZrO_2$	5,68	180	0,20	11	

Таблица 2.

66

Соединение	λ, Вт/(м·град)	<i>С₀</i> , кДж/(кг·град)		
Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	$\lambda = 1001,7 \ T^{-0.63}$	$C_p = 1342.9 + 200.4 \cdot 10^{-3}T - 96.8 \cdot 10^5 T^{-2}$		
$Y_2O_3$	$\lambda = 686, 1 T^{-0.82}$	$C_p = 1088,6 + 343,3 \cdot 10^{-3}T - 92,1 \cdot 10^{5}T^{-2}$		
MgO	$\lambda = 7871, 2/(T - 125) + 3,6 \cdot 10^{-33}T^{10}$	$C_p = 1136,7 + 125,2 \cdot 10^{-3}T - 218,5 \cdot 10^{5}T^{-2}$		
$Al_2O_3$	$\lambda = 2100 \ T^{-0.78}$	$C_p = 1093,6 + 183,7 \cdot 10^{-3}T - 304,3 \cdot 10^{5}T^{-2}$		
TiC	$\lambda = 23,2 \ e^{0.0002T}$	$C_p = 556,7 - 8 \cdot 10^{-2}T + 4 \cdot 10^{-5}T^2 - 2 \cdot 10^{7}T^{-2}$		
SiC	$\lambda = 3239,3 T^{-0,7746}$	$C_p = 914.5 + 176.9 \cdot 10^{-3}T - 33.6 \cdot 10^{-3}T^{-2}$		
$ZrO_2$	$\lambda = 106,7 \ T^{-0.5578}$	$C_p = 696,7 + 75,4 \cdot 10^{-3}T - 140,7 \cdot 10^{5}T^{-2}$		

Рассмотрена изотропная пластина толщиной  $\Delta$  в системе прямоугольных координат  $\{x, y\}$ . Уравнение нестационарной теплопроводности для этих условий имеет вид

$$\lambda(T)\left(\frac{\partial^2 T(t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(t)}{\partial y^2}\right) - \underline{\rho c(T)}\frac{\partial T(t)}{\partial t} = 0, \qquad (1)$$

где T(t) — температура;  $\lambda(T)$  — теплопроводность;  $\rho$  — плотность; c(T) — удельная теплоем-кость; t — время.

Если пренебречь подчеркнутым слагаемым в уравнении (1), то получается уравнение стационарной теплопроводности, которое должно подчиняться четырем типам граничных условий на контуре пластины.

1. Если температура известна на некоторой границе пластины, то граничное условие запишется в виде

$$T(t) = T_s(s), \tag{2}$$

где *s* — координаты точек границы.

2. Если на границе происходит конвективный теплообмен, характеризуемый коэффициентом теплообмена *h*, то граничное условие запишется в виде

$$\lambda \left( \frac{\partial T(t)}{\partial x} l_x + \frac{\partial T(t)}{\partial y} l_y \right) + h \left[ T(t) - T_\infty \right] = 0, \tag{3}$$

где T — температура окружающей среды;  $l_x$ ,  $l_y$  — направляющие косинусы,  $l_x = \sin \alpha$ ,  $l_y = \cos \alpha$ .

3. Если на границе задан поток тепла *Q*, то граничное условие запишется в виде

$$\lambda(T) \left( \frac{\partial T(t)}{\partial x} l_x + \frac{\partial T(t)}{\partial y} l_y \right) + Q = 0.$$
(4)

4. Если граница представляет собой теплоизолированный участок, то граничное условие запишется в виде

$$\frac{\partial T(t)}{\partial x}l_x + \frac{\partial T(t)}{\partial y}l_y = 0.$$
(5)

Предполагается, что начальные условия при решении уравнений нестационарной теплопроводности имеют вид

$$T(x, y, 0) = 0.$$
 (6)

Геометрические соотношения плоской задачи теории упругости имеют вид

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial x}; \ \varepsilon_{22} = \frac{\partial v}{\partial y}; \ \varepsilon_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x},$$
 (7)

где ε<sub>11</sub>, ε<sub>22</sub>, ε<sub>12</sub> — линейные и угловая деформации; *u*, *v* — перемещения соответственно вдоль осей x и y.

Физические соотношения для плоского напряженного состояния записываются в форме

$$\sigma_{11} = E(T)/(1 - \nu^2)[\varepsilon_{11} + \nu\varepsilon_{22} - (1 + \nu)\alpha T] \quad (1 \Leftrightarrow 2), (8)$$
  
$$\sigma_{12} = [E(T)/2(1 + \nu)]\varepsilon_{12}, \qquad (9)$$

где σ<sub>11</sub>, σ<sub>22</sub>, σ<sub>12</sub> — нормальные и касательное напряжения; *E* и ν — модуль упругости и коэффициент Пуассона; α — ТКЛР.

Уравнения равновесия имеют вид:

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} = 0.$$
(10)

Для этой математической модели разработаны двухэтапные алгоритмы решения задач стационарной и неустановившейся термоупругости. На первом этапе алгоритма решения задачи стационарной термоупругости определяются теплопроводность и температурное поле в конструкции для текущего значения теплового потока  $Q_{\text{тек}}$ , на втором этапе определяется напряженное состояние под действием сосредоточенной силы, распределенной силовой нагрузки и установившейся температуры  $T_{\text{тек}}(x, y)$  при текущем значении Q<sub>тек</sub>. На первом этапе алгоритма решения задачи неустановившейся термоупругости определяются теплопроводность для текущего значения времени t<sub>тек</sub> и температурное поле в конструкции, на втором этапе определяется напряженное состояние под действием сосредоточенной силы, распределенной силовой нагрузки и  $T_{\text{тек}}$  (х, у,  $t_{\text{тек}}$ ) при заданном значении теплового потока Q.

Разработанные алгоритмы решения задачи стационарной и неустановившейся термоупругости реализованы в виде автоматизированной системы термопрочностных расчетов KS-SL v.1.0, состоящей из препроцессора, процессора, постпроцессора и оперативной базы данных. В препроцессоре этой системы формируется расчетная схема, вводятся и диагностируются исходные данные, выполняются вспомогательные расчеты, подготавливается графическая документация по исходным данным, проводится автоматическая разбивка на конечные элементы. Процессор системы осуществляет ввод и обработку исходных данных во внутреннем представлении, решение задач стационарной и неустановившейся термоупругости, а также преобразование результатов расчетов во внутреннее представление постпроцессора. Постпроцессор системы обеспечивает ввод исходных данных во внутреннем представлении, оперативное проведение вспомогательных расчетов и подготовку графической документации по результатам решений.

Отсутствие аналитических решений для рассматриваемых задач и невозможность получения экспериментальных результатов не позволили сравнить с ними результаты численных расчетов. Поэтому для обоснования достоверности алгоритмов и проверки точности расчетов применили традиционные способы при использовании метода конечных элементов [12]. В результате этого установлено, что все итерационные процессы в задачах стационарной и неустановившейся термоупругости сходятся (для достижения относительной погрешности ε = 10<sup>-6</sup>, заложенной в алгоритмы, необходимо 10-12 итераций); доказано 100 %-ное выполнение принципа симметрии; выявлено равенство между суммой проекций реакций в опорах (неподвижных узлах) и суммой проекций внешних нагрузок на осях х и у при решении задач стационарной и неустановившейся термоупругости; показано 100 %-ное совпадение результатов расчета температур в определенном узле, полученных решением задач стационарной и неустановившейся теплопроводности; установлена высокая точность расчетов температур (до 7,1 %) и интенсивности напряжений (до 2 %) при разной дискретизации конструкции.

### МЕТОДИКА ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Рассчитывали горизонтальные u и вертикальные v перемещения, температуру T, напряжения  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  и интенсивность напряжений  $\sigma_i$  ( $\sigma_i = \sqrt{\sigma_{11}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}^2 + 4\sigma_{12}^2}$ ), причем значения перемещений определяли в узлах, а температуры и напряжений — в конечных элементах. Для анализа перемещений, температуры и напряжений в ПС шлифованной керамики использовали метод контрольных точек (КТ) [17]. Под КТ понимали фиксированные узлы или конечные элементы конструкции. Выделенные КТ располагались (рис. 2) в поверхности зерна, примыкающей к межзеренной фазе (поверхность C1), в поверхности межзеренной фазы, примы



**Рис. 2.** Расположение КТ в расчетных схемах № 1 (*a*) и 2 (б)

кающей к зерну (поверхность C2), в поверхности межзеренной фазы, примыкающей к матрице (поверхность C3), в поверхности матрицы, примыкающей к межзеренной фазе (поверхность C4), в поверхностях зерна, межзеренной фазы и матрицы, примыкающих к слою C (поверхность C5), и в поверхности слоя C, примыкающей к зерну, межзеренной фазе и матрице (поверхность C6).

В расчетной схеме № 1 (см. рис. 2, *a*) в поверхности *C1* выделены КТ1-КТ18, в поверхности *C2* КТ19-КТ34, в поверхности *C3* КТ35-КТ50, в поверхности *C4* КТ51-КТ66, в поверхности *C5* КТ67-КТ82 и в поверхности *C6* КТ83-КТ98. В расчетной схеме № 2 (см. рис. 2, *б*) в поверхности *C1* выделены КТ1-КТ12, в поверхности *C2* КТ13-КТ22, в поверхности *C3* КТ23-КТ34, в поверхности *C4* КТ35-КТ44, в поверхности C5 КТ45-КТ54 и в поверхности *C6* КТ55-КТ66. Для графического отображения перемещений в расчетной схеме № 1 использовали КТ0, расположенную на внешнем контуре слоя *C* на границе с упругим слоем (на рис. 1, *a* не показан).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведены разработанные основные положения компьютерной инженерии поверхностного слоя шлифованной керамики, включающие две расчетные схемы, математическую модель, алгоритмы решения задачи стационарной и неустановившейся термоупругости, автоматизированную систему термопрочностных расчетов KS-SL v.1.0, методику численных экспериментов, основанную на использовании метода KT.

Расчетная схема № 1 предназначена для создания специализированной системы автоматизированных термопрочностных расчетов, схема № 2 — для использования в системе автоматизированного проектирования SolidWorks (приложение SOLIDWORKS Simulation). Для каждой расчетной схемы определены условия нагружения, учитывающие специфику контакта между керамической и сопрягаемой деталями. Каждый элемент в этих расчетных схемах выполнен из однородного и изотропного материала и характеризуется плотностью, модулем упругости, коэффициентом Пуассона, ТКЛР, теплопроводностью и удельной теплоемкостью.

Сиспользованием расчетной схемы № 1 решена двухмерная задача теорий теплопроводности и упругости с учетом нелинейной зависимости теплопроводности и теплоемкости от температуры с использованием метода конечных элементов. Разработанные алгоритмы решения задачи стационарной и неустановившейся термоупругости реализованы в виде автоматизированной системы термопрочностных расчетов горизонтальных и вертикальных перемещений, температуры, напряжений и интенсивности напряжений. Предложен к использованию метод КТ, которые выделили в поверхностях основных структурных элементов керамики.

\* \* \*

Настоящая работа финансируется в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № 0707-2020-0025.

#### Библиографический список

1. **Огородникова, О. М.** О проблемах интеграции вычислительного материаловедения в цифровое машиностроение / О. М. Огородникова // Информационные технологии в проектировании и производстве. — 2014. — № 2. — С. 30-34.

2. **Bostanabad, Ramin.** Computational microstructure characterization and reconstruction: review of the stateof-the-art techniques / Ramin Bostanabad, Yichi Zhang, Xiaolin Li [et al.] // Progress in Materials Science. — 2018. — Vol. 95. — P. 1–41.

3. *He, Bing*. Cluster expansion method and its application in computational materials science / *Bing He, Qu Wu, Tao Song* [et al.] // Computational Materials Science. — 2016. — Vol. 125. — P. 243–254.

4. *Hafner, J.* Atomic-scale computational materials science / *J. Hafner* // Acta Materialia. — 2000. — Vol. 48, № 11. — P. 71–92.

5. *Wang, William Yi.* Integrated computational materials engineering for advanced materials: A brief review / *William Yi Wang, Jinshan Li, Weimin Liu* [et al.] // Computational Materials Science. — 2019. — Vol. 158. — P. 42–48.

6. *Foadian, Farzad.* Integrated computational material engineering model development for tube drawing process / *Farzad Foadian, Adele Carradó, Heinz Günther Brokmeier* [et al.] // Procedia Manufacturing. — 2018. — Vol. 15. — P. 287–293.

7. **De Borst, René.** Challenges in computational materials science: Multiple scales, multi-physics and evolving discontinuities / *René de Borst* // Computational Materials Science. — 2008. — Vol. 43, № 1. — P. 1–15.

8. *Wang, Junbo.* Mathematical computational grains for direct numerical simulations of nanocomposites with a large number of nano-inclusions, using parallel

computations / Junbo Wang, Cheng Chen, Peng Yan [et al.] // Extreme Mechanics Letters. — 2020. — Vol. 36. — Art. 100656.

9. Andersson, J.-O. Thermo-Calc & DICTRA, computational tools for materials science / J.-O. Andersson, T. Helander, L. Höglund [et al.] // Calphad. — 2002. — Vol. 26,  $\mathbb{N}$  2. — P. 273–312.

10. **Sturm, Saso.** Microstructure characterization of advanced ceramics. Chapter 8 / Saso Sturm, Boštjan Jančar / Advanced Ceramics for Dentistry ; ed. by James Zhijian Shen and Tomaž Kosmač. — Waltham, MA: Butterworth-Heinemann, 2014. — P. 151–172.

11. **Хечумов, Р. А.** Применение метода конечных элементов к расчету конструкций / *Р. А. Хечумов, Х. Кепплер, В. И. Прокопьев.* — М. : АСВ, 1994. — 353 с.

12. **Мяченков, В. И.** Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов : справочник / В. И. Мяченков, В. П. Мальцев, В. П. Майборода и др. ; под общ. ред. В. И. Мяченкова. — М. : Машиностроение, 1989. — 520 с.

13. **Кузин, В. В.** Изменение структуры поверхностного слоя керамических изделий при эксплуатации. Часть 1 / В. В. Кузин, С. Н. Григорьев, М. А. Волосова // Новые огнеупоры. — 2020. — № 2. — С. ??-??.

14. **Кузин, В. В.** Изменение структуры поверхностного слоя керамических изделий при эксплуатации. Часть 2 / В. В. Кузин, С. Н. Григорьев, М. А. Волосова // Новые огнеупоры. — 2020. — № 3. — С. 50-55.

15. **Кузин, В. В.** Микроструктурная модель поверхностного слоя керамики после алмазного шлифования, учитывающая его реальную структуру и условия контактного взаимодействия с упругим телом / *В. В. Кузин, С. Н. Григорьев, М. А. Волосова* // Новые огнеупоры. — 2020. — № 5. — С. 59-64.

16. **Кузин, В. В.** Инструменты с керамическими режущими пластинами / *В. В. Кузин.* — М. : Янус-К, 2006. — 160 с.

17. *Kuzin, V.* Method of investigation of the stressstrain state of surface layer of machine elements from a sintered nonuniform material / *V. Kuzin, S. Grigoriev* // Applied Mechanics and Materials. — 2014. — Vol. 486. — P. 32–35. ■

> Получено 07.05.20 © В. В. Кузин, С. Н. Григорьев, М. А. Волосова, 2020 г.

Advanced Materials 2020 Nov 24-25, 2020 Vancouver, Canada

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ