Д-р **Е. М. Барский** (✉)

Академический инжинерный колледж Азриэли,
Иерусалим, Израиль

УДК 621.928.6:519.28

ОПТИМИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СЕПАРАЦИИ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ КАСКАДНЫХ СЕПАРАТОРАХ

Анализ основных закономерностей распределения материала по ступеням вертикального каскада позволил обосновать оптимальность некоторых важных параметров сепарации. Показано, что наилучшего эффекта разделения можно достичь за счет подачи исходного материала в середину каскада. При этом количество ступеней нужно ограничить, так как с ростом их числа возрастание эффекта разделения затухает. Этот анализ позволил показать также ограниченность общепринятой «скоростной» гипотезы в теории гравитационных процессов, хотя до последнего времени эта гипотеза занимает в этой теории центральное место.

Ключевые слова: *сепарация, каскад, эффективность, оптимизация, фракционное извлечение.*

ВВЕДЕНИЕ

Процессы сепарации сыпучих материалов по крупности или по плотности частиц широко применяют в различных отраслях. В последние годы были созданы различные типы каскадных сепараторов, которые с успехом применяют для разделения порошков крупностью от 1 мкм до 5–7 мм.

В общем случае каскадный сепаратор представляет собой вертикальную камеру, набранную из одинаковых или различных по конструкции секций, в одну из которых поступает исходный материал. Прогрессивность этих аппаратов заключается в том, что их разделительную способность можно легко и предсказуемо менять за счет изменения числа ступеней каскада, перемещения по высоте аппарата места подачи исходного материала, применения разных конструкций ступеней в одном аппарате.

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Гранулометрическую характеристику сыпучих материалов, применяемых при сепарации, можно представить узкими классами крупности. Обычно их определяют рассевом на стандартном наборе сит. Считается, что основные свойства внутри одного класса примерно одинаковы.

✉
Е. М. Барский
E-mail: barskym@bgu.ac.il

При разработке каскадной модели процесса были получены зависимости для распределения узкого класса крупности по ступеням каскада [1]. В верхней части каскада при $1 \le i \le i^\bullet$ это выражение принимает вид

$$r_i = \frac{\left[1-\left(\frac{1-k}{k}\right)^{z+1-i^\bullet}\right]\left[1-\left(\frac{1-k}{k}\right)^{i}\right]}{\left[1-\left(\frac{1-k}{k}\right)^{z+1}\right]}(2k-1),\ (k \ne 0{,}5), \quad (1)$$

где r_i — содержание некоторого узкого класса крупности на ступени i; i — номер ступени каскада, считая сверху; z — число ступеней в каскаде (счет ступеней сверху вниз); $i^\bullet$ — ступень, на которую поступает исходный материал для сепарации; k — коэффициент разделения одной ступени, $k = r_{i-1}/r_i$ (рис. 1, *б*).

Доказано, что коэффициент разделения есть величина постоянная для фиксированного узкого класса крупности в каскаде с одинаковыми ступенями. Естественно, что для других классов коэффициент распределения будет иметь другое значение, также постоянное для всех ступеней каскада. Величину этого коэффициента удалось определить в зависимости от крупности и некоторых других характеристик частиц. Характер распределения материала между ступенями каскада для любого класса крупности показан на рис. 1, *а*.

Фракционное извлечение $F_f(x)$ фиксированного класса крупности в мелкий продукт (вверх) при любом значении коэффициента k на основании выражения (1) составит

$$F_f(x) = r_1 k = \frac{\left[1-\left(\frac{1-k}{k}\right)^{z+1-i^{\bullet}}\right]}{\left[1-\left(\frac{1-k}{k}\right)^{z+1}\right]}. \qquad (2)$$

При $k = 0{,}5$ выражение, аналогичное выражению (1), принимает вид

$$r_i = \frac{(z+1-i^{\bullet})}{z+1}2i. \qquad (3)$$

В этом случае фракционное извлечение в мелкий продукт составляет

$$F_f(x) = r_1 k = \frac{z+1-i^{\bullet}}{z+1}. \qquad (4)$$

ОПТИМИЗАЦИЯ ЗОНЫ ПОДАЧИ МАТЕРИАЛА В КАСКАДНЫЙ СЕПАРАТОР

Попытаемся определить ступень каскада, на которую выгоднее всего подавать исходный материал для сепарации. Для этого возьмем производную от зависимости (1) по i:

$$\frac{\partial r_i}{\partial i} = \frac{\left[1-\left(\frac{1-k}{k}\right)^{z+1-i^{\bullet}}\right]\left[\left(\frac{1-k}{k}\right)^{i}\ln\left(\frac{1-k}{k}\right)\right]}{\left[1-\left(\frac{1-k}{k}\right)^{z+1}(2k-1)\right]} = 0.$$

Так как в любом случае $\left(\frac{1-k}{k}\right)^{i}\ln\left(\frac{1-k}{k}\right) \neq 0$, то условие оптимальности нужно искать из выражения

$$1-\left(\frac{1-k}{k}\right)^{z+1-i^{\bullet}} = 0. \qquad (5)$$

Выражение (5) при любых значениях z и $i^{\bullet}$ справедливо только в том случае, когда $\left(\frac{1-k}{k}\right) = 1$, т. е. когда $k = 0{,}5$. Другое условие $z + 1 - i^{\bullet} = 0$ не имеет смысла, так как из него следует, что $i^{\bullet} = z + 1$. Таким образом, найденное значение $k = 0{,}5$ соответствует оптимальному разделению на одной ступени. Этот результат известен для некаскадных аппаратов, в которых разделение осуществляется одним актом [2]. Если это условие распространить на весь каскадный аппарат, то из выражения (4) следует

$$0{,}5 = \frac{z+1-i^{\bullet}}{z+1}.$$

Отсюда

$$i^{\bullet} = \frac{z+1}{2}. \qquad (6)$$

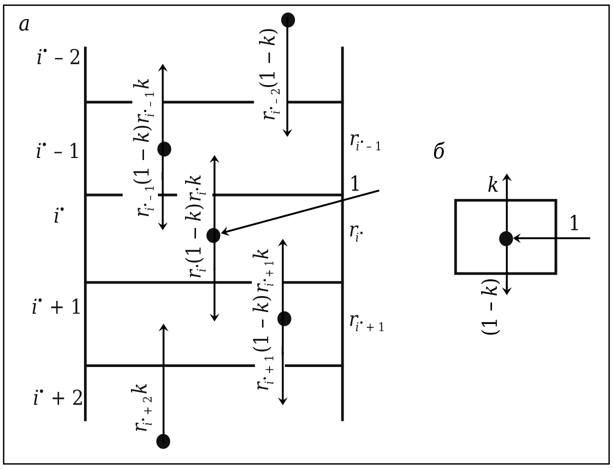

Рис. 1. Принципиальная схема распределения узкого класса крупности: *а* — между ступенями каскада; *б* — на одной ступени разделения

Это значит, что оптимальные условия для каскадного сепаратора соответствуют подаче исходного материала на среднюю ступень каскада.

Если выражение (6) подставить в выражение (2), получим

$$F_f(x) = \frac{1}{1+\left(\frac{1-k}{k}\right)^{\frac{z+1}{2}}}. \qquad (7)$$

Возьмем производную от $F_f(x)$ по k:

$$\frac{dF_f(x)}{dk} = \left[\frac{\frac{z+1}{2}\left(\frac{1-k}{k}\right)^{\frac{z-1}{2}}\left(\frac{1}{k}\right)}{\left\{1+\left(\frac{1-k}{k}\right)^{\frac{N=1}{2}}\right\}^{2}}\right] = \frac{z+1}{2}. \qquad (8)$$

Зависимость (8) показывает (рис. 2) угол наклона касательной в точке $F_f(x) = 0{,}5$ для кривой $F_f(x) = f(k)$.

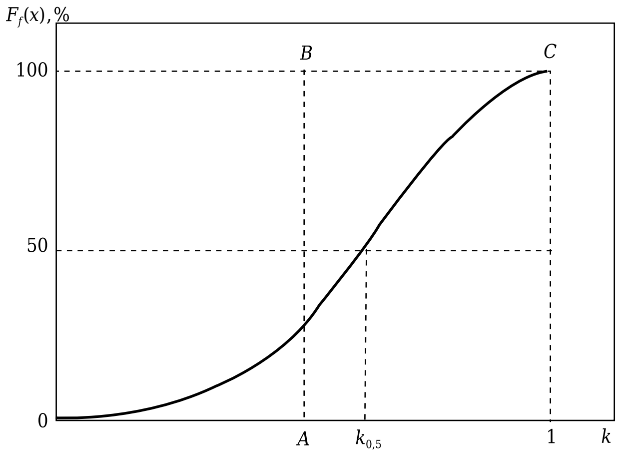

Рис. 2. Зависимость $F_f(x) = f(k)$

ОПТИМАЛЬНАЯ ВЫСОТА КАСКАДНОГО АППАРАТА

Важно определить, к какому пределу стремится фракционное извлечение узкого класса крупности при увеличении количества ступеней каскада и где находятся разумные пределы высоты аппарата. Для этого примем расчетные выражения при $k < 0{,}5$ в виде зависимости (2), при $k = 0{,}5$ в виде зависимости (4), а для $k < 0{,}5$ зависимость (2) приведем к виду

$$F_f(x) = \frac{\left(\frac{k}{1-k}\right)^{z+1} - \left(\frac{k}{1-k}\right)^{i^{\bullet}}}{\left(\frac{k}{1-k}\right)^{z+1} - 1}. \quad (9)$$

Рассмотрим возможные варианты:

1. Если $k > 0{,}5$, то $\frac{1-k}{k} < 1$, в пределе знаменатель (2) стремится к единице. Определим предел для этого случая:

$$\lim_{z\to\infty} F_f(x) = \lim_{z\to\infty}\left[1-\left(\frac{1-k}{k}\right)^{z+1-i^{\bullet}}\right] = 1-\lim_{z\to\infty}\left(\frac{1-k}{k}\right)^{z+1-i^{\bullet}}.$$

Здесь конечный результат зависит от соотношения величин z и $i^{\bullet}$:

а — при верхней подаче материала в аппарат $i^{\bullet} = 1$:

$$\underset{z\to\infty}{F_f(x)} = 1-\lim_{z\to\infty}\left(\frac{1-k}{k}\right)^{z} = 1.$$

При этом весь материал выйдет вверх;

б — при нижней подаче материала $i^{\bullet} = z$:

$$F_f(x) = 1-\lim_{z\to\infty}\left(\frac{1-k}{k}\right)^{1} = 1-\frac{1-k}{k} = \frac{2k-1}{k}.$$

Эта часть материала извлечется вверх;

в — при средней подаче материала $i^{\bullet} = \frac{z+1}{2}$:

$$\lim_{z\to\infty} F_f(x) = 1-\lim_{z\to\infty}\left(\frac{1-k}{k}\right)^{\frac{z+1}{2}} = 1.$$

В конечном итоге и в этом случае весь материал извлечется в мелкий продукт.

2. Если $k < 0{,}5$, то $\frac{1-k}{k} > 1$, а $\frac{k}{1-k} < 1$. В этом случае из зависимости (9) можно получить:

$$\lim_{z\to\infty} F_f(x) = \lim_{z\to\infty}\frac{\left(\frac{k}{1-k}\right)^{z+1} - \left(\frac{k}{1-k}\right)^{i^{\bullet}}}{\left(\frac{k}{1-k}\right)^{z+1} - 1} = \left(\frac{k}{1-k}\right)^{i^{\bullet}}.$$

Рассмотрим также и для этого случая возможные варианты подачи материала в аппарат:

а — верхняя подача $i^{\bullet} = 1$:

$$\lim_{z\to\infty} F_f(x) = \frac{k}{1-k};$$

б — нижняя подача $i^{\bullet} = z$:

$$\lim_{z\to\infty} F_f(x) = 0.$$

В этом случае весь материал выйдет вниз;

в — средняя подача $i^{\bullet} = \frac{z+1}{2}$:

$$\lim_{z\to\infty} F_f(x) = 0.$$

И здесь весь материал выйдет вниз.

3. Если $k = 0{,}5$, то

$$\lim_{z\to\infty} F_f(x) = \lim_{z\to\infty}\left[1-\frac{i^{\bullet}}{z+1}\right].$$

В этом случае также все зависит от соотношения z и $i^{\bullet}$:

а — при верхней подаче $i^{\bullet} = 1$:

$F_f(x) = 1.$

Весь материал поднимается вверх;

б — при нижней подаче $i^{\bullet} = z$:

$F_f(x) = 0.$

Весь материал выходит вниз;

в — при средней подаче $i^{\bullet} = \frac{z+1}{2}$:

$$\lim_{z\to\infty} F_f(x) = \lim_{z\to\infty}\left[1-\frac{i^{\bullet}}{z+1}\right] = \frac{1}{2}.$$

Таким образом, только в этом случае независимо от количества ступеней получается равноизвлекаемость узкого класса крупности в оба выхода. Это, как было показано ранее [1], определяет условие оптимальности всего аппарата относительно этой граничной крупности.

Для определения в общем случае оптимальности разделения в каскаде при любом значении $i^{\bullet}$ величина k определяется из соотношения

$$\frac{1-\left(\frac{1-k}{k}\right)^{z+1-i^{\bullet}}}{1-\left(\frac{1-k}{k}\right)^{z+1}} = 0{,}5. \quad (10)$$

Отсюда совершенно четко вытекает зависимость коэффициента разделения k от числа ступеней и зоны подачи материала в аппарат: $k = f(z;\, i^{\bullet})$. Для получения оптимальной величины граничной крупности $x_{0,5}$ для всего аппарата необходимо обеспечить скорость восходящего потока $w_{0,5}$, соответствующую реализации зависимости (10), т. е. в общем случае $x_{0,5} = f(w_{0,5};\, z;\, i^{\bullet})$.

Проиллюстрируем полученные результаты конкретным эмпирическим примером. Для каскадного сепаратора, состоящего из 11 одинаковых ступеней ($z = 11$), определяли условия оптимальности разделения для всего аппарата и одной ступени при изменении зоны подачи материала последовательно от верхней ступени ($i^{\bullet} = 1$) до последней ($i^{\bullet} = 11$). Ниже показана зависимость фракционного извлечения $F_f(x)$ одной ступени и всего аппарата в оптимальных условиях от зоны подачи материала в аппарат:

Ступень ввода материала i'...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$F_f(x)$, %:											
в аппарате при k = 0,5........	91,6	83,3	75,0	66,7	58,3	50,0	41,7	33,3	25,0	16,7	8,3
для одной ступени k при $F_f(x)$ = 50 %.........................	0,33	0,42	0,45	0,47	0,485	0,5	0,515	0,535	0,55	0,585	0,667

Отсюда следуют важные выводы:

1. Скорость потока, равная скорости витания частиц граничной крупности, обеспечивает оптимальное разделение только в одном случае: при средней подаче материала в аппарат.

2. При всех других подачах условия витания не обеспечивают оптимальности разделения. Для получения оптимальности при подаче материала выше средней ступени скорости потока должны быть меньше скорости витания, а для нижних ступеней — больше скорости витания.

3. Все это свидетельствует о недостаточности «скоростной» гипотезы, являющейся определяющим фактором в современных теориях гравитационной сепарации. По этой теории гравитационные процессы сепарации имеют оптимальность только при условии витания частиц граничной крупности.

4. Оптимальность сепарации в общем случае определяется не только гидродинамическими свойствами твердых частиц и потока, но и в значительной степени конструкцией аппарата и его граничными условиями. При этом скорость потока может сильно отличаться от скорости витания граничных частиц

Вернемся к зависимости (8). Поясним ее с помощью графика функции $F_f(x) = f(k)$ (см. рис. 2).

На рис. 2 показана реальная кривая разделения; в идеальном случае эта линия должна быть вертикальной в точке пересечения кривой разделения в точке $F_f(x)$ = 50 %, например по линии AB. Зависимость (8) показывает угол наклона касательной в этой точке. Видно, что чем ближе кривая подходит к вертикали, тем выше эффективность процесса. Это значит, чем круче проходит рассматриваемая касательная, тем эффективнее разделение. Из зависимости (8) следует, что чем больше число ступеней, тем больше эффективность. Однако этот рост имеет предел. Так, при z = 3 угол наклона касательной составляет α = 63,5°, при z = 7 α = 76°, при z = 15 α = 83°.

Поэтому в одном каскаде количество ступеней можно ограничить максимум до z = 10÷11. Дальнейшее увеличение числа ступеней не приводит к ощутимому росту эффекта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Определено, что для одной ступени каскада или аппарата одноактного разделения условие оптимальности соответствует k = 0,5.

2. Наиболее эффективного разделения можно достичь при подаче исходного материала на среднюю по высоте ступень вертикального каскада.

3. Эффективность разделения зависит от числа ступеней каскада. Однако увеличение числа ступеней не обеспечивает пропорционального прироста эффекта. Поэтому число ступеней рекомендуется ограничивать разумными пределами.

4. Оптимальность сепарации определяется не только гидродинамическими свойствами твердых частиц и потока, но и в значительной степени конструкцией аппарата и его граничными условиями.

5. «Скоростная» гипотеза, являющаяся определяющим фактором современных теорий сепарации, с позиции полученных результатов выглядит явно несостоятельной.

Библиографический список

1. ***Barsky, E.*** Cascade separation of powders / *E. Barsky, M. Barsky*. — Cambridge : Cambridge International Science Publishing, 2006. — 466 p.

2. ***Barsky, E.*** Mathematical model for gravitational cascade separational of pourable materials at identical stades of a classifier / *E. Barsky, M. Buikis*. In: Progress in Industrial Mathematics at ECMI-2002. — Springer, 2004. — P. 229–233. ■

Получено 25.12.19
© Е. М. Барский, 2020 г.

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

ICSOBA 2020 — 38-я Международная конференция и выставка Международного комитета по изучению бокситов, глинозема и алюминия

12–16 октября 2020 г. г. Цзинань, Китай

https://*icsoba.org/*