

Д. т. н. **О. А. Аверкова**¹, д. т. н. **К. И. Логачёв**¹ (✉), к. ф.-м. н. **М. С. Грицкевич**²,
А. К. Логачёв¹

¹ ФГБОУ ВО «Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова», г. Белгород, Россия

² ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», Санкт-Петербург, Россия

УДК 533.6:628.5

АСПИРАЦИЯ АЭРОЗОЛЯ В ТОНКОСТЕННЫЙ ОТСОС-РАСТРУБ ПРИ НАБЕГАЮЩЕМ ПОТОКЕ. Часть 1. Разработка математической модели и вычислительного алгоритма расчета

При помощи разработанной итерационной процедуры построения свободной поверхности тока определяется поле скоростей вблизи всасывающего круглого канала с раструбом. Построены ряд предельных траекторий пылевых частиц, определены зависимости коэффициента аспирации от длины раструба и его наклона.

Ключевые слова: местный вентиляционный отсос-раструб, отрывные течения, метод дискретных вихрей, коэффициент аспирации.

ВВЕДЕНИЕ

Отсос-раструб — наиболее распространенное местное вытяжное устройство, являющееся главным элементом системы аспирации [1–3]. Известен ряд работ о моделировании отрывного течения на входе в отсос-раструб в неограниченном пространстве [4–6] и над непроницаемой плоскостью [7–8], при проведении которых были построены предельные траектории пылевых частиц и определены коэффициенты их улавливания. В решенных задачах отсутствовал набегающий поток, который был учтен в работах [9–11], но только для течения вблизи круглой всасывающей трубы. Цель настоящей работы — разработка математической модели и вычислительного алгоритма ее реализации для расчета отрывного течения на входе в тонкостенный отсос-раструб при набегающем на него потоке воздуха параллельно оси отсоса, а также определение зависимости коэффициента аспирации от длины и угла наклона раструба в ряде характерных случаев. Заметим, что данная задача представляет интерес не только для области аэродинамики вентиляции, но и для задач отбора проб [9–10].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

На отсос-раструб набегающий воздушный поток со скоростью u_∞ (рис. 1, а). Во всасывающем сече-

нии раструба задано параболическое распределение скорости, которое соответствует вязкому течению в круглом канале со средней скоростью u_0 : $v = 2u_0(1 - r^2/R^2)$, где R — радиус всасывающего канала. Необходимо выявить закономерности изменения от угла наклона α , длины раструба l и скорости набегающего потока u_∞ коэффициента аспирации $A = (R_c/R)^2 \bar{v}$, где R_c — начальное расстояние до оси симметрии найденной предельной траектории пылевой частицы, $\bar{v} = u_\infty/u_0$.

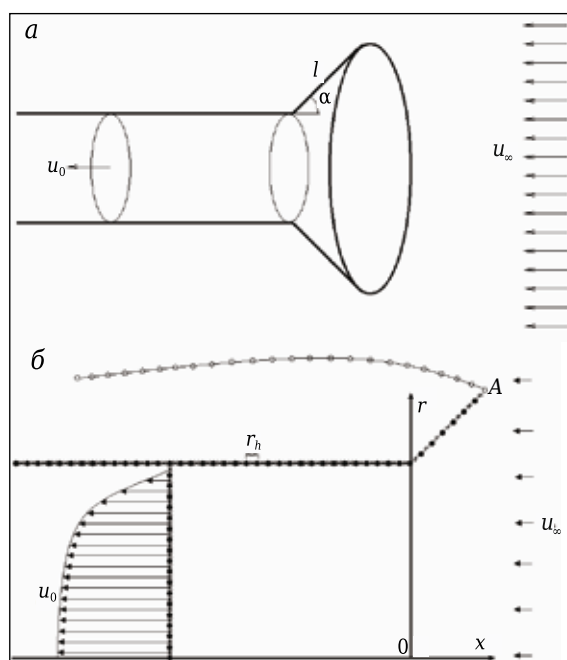


Рис. 1. Отсос-раструб при набегающем потоке: а — общая схема течения; б — дискретная математическая модель в меридиональной плоскости



К. И. Логачёв
E-mail: kilogachev@mail.ru

Заметим, что ускорение силы тяжести направлено противоположно скорости в отсосе u_0 , т. е. отсос-раструб расположен вертикально, но для удобства представления рисунков расположен горизонтально.

Дискретная математическая модель (рис. 1, б) строится следующим образом. По границе течения размещены присоединенные бесконечно тонкие вихревые кольца (черные кружочки на рис. 1, б) и между ними контрольные точки (крестики на рис. 1, б) на окружности, охватывающей патрубок, либо во всасывающем сечении. Заметим, что во всасывающем сечении на оси симметрии размещен вихрь нулевого радиуса, поэтому он не учитывается. Число дискретных вихревых колец равно числу контрольных точек. В контрольных точках, лежащих на стенках патрубка, выполняется условие непроницаемости — скорость вдоль направления нормали равна нулю. Во всасывающем сечении скорость в направлении внешней нормали одинакова и равна v_0 . Разбиение на дискретные вихревые кольца и контрольные точки равномерно, контрольные точки находятся по центру между вихревыми кольцами. Расстояние между двумя соседними вихревыми кольцами равно шагу дискретности r_h . Свободная поверхность тока состоит из свободных вихревых колец (полые кружочки на рис. 1, б) и образуется на острой кромке А патрубка. Она определяется итерационным путем, описанным далее. Параллельно оси патрубка набегает поток со скоростью v_∞ , которая может быть направлена противоположно оси Ox , а может и совпадать с ней. Заметим, что свободная поверхность тока может сходить и внутрь патрубка при малых скоростях набегающего потока.

Обозначим: N — количество присоединенных вихревых колец; N_s — количество свободных вихревых колец; x^p — контрольная точка, $p = 1, 2, K, N$.

Скорость в произвольной точке x вдоль направления \vec{n} вычисляется с помощью формулы

$$v_n(x) = \sum_{q=1}^N \Gamma(\xi^q) G(x, \xi^q) + \gamma \sum_{q=1}^{N_s} G(x, \zeta^q) + n_1 v_\infty, \quad (1)$$

где ξ^q — точка расположения q -го присоединенного вихревого кольца с циркуляцией $\Gamma(\xi^q)$; γ — циркуляция свободного вихревого кольца, $\gamma = \text{const}$; ζ^q — точка расположения q -го свободного вихревого кольца.

Функция $G(x, \xi)$ выражает собой влияние на точку $x(x_1, x_2)$ вихревого кольца с единичной циркуляцией, расположенного в точке $\xi(\xi_1, \xi_2)$.

$$G(x, \xi) = \frac{4(A_1 b + A_2 a) E(t)}{b(a-b)\sqrt{a+b}} - \frac{4A_2 F(t)}{b\sqrt{a+b}} \text{ при } b \neq 0,$$

$$G(x, \xi) = \frac{\xi_2^2 n_1}{2a\sqrt{a}} \text{ при } b = 0, 2x_2 \xi_2 = b > 0,$$

$$a = (x_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2 + x_2^2 > 0, A_1 = \frac{\xi_2^2 n_1}{4\pi},$$

$$A_2 = \frac{\xi_2^2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1],$$

$$F(t) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-t^2 \sin^2 \theta}}, t = 2b/(a+b), E(t) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-t^2 \sin^2 \theta} d\theta,$$

$$F(t) = \sum_{i=0}^4 c_i (1-t)^i + \sum_{i=0}^4 d_i (1-t)^i \ln \frac{1}{1-t},$$

$$E(t) = 1 + \sum_{i=1}^4 c_i (1-t)^i + \sum_{i=1}^4 d_i (1-t)^i \ln \frac{1}{1-t},$$

c_i, d_i взяты из таблиц [12].

Если расстояние от точки x до точки ξ меньше $0,5r_h$, то данная функция вычисляется по формуле: $G(x, \xi) = ((x_1 - \xi_1)n_2 - (x_2 - \xi_2)n_1) / (2\pi r_h^2)$. В случае $x = \xi$ функция $G(x, \xi) = 0$.

Вычислительный алгоритм строится следующим образом. После задания точек расположения присоединенных вихрей и контрольных точек формируется двумерный массив $G^{pq} = G(x^p, \xi^q)$; $p = 1, 2, K, N$; $q = 1, 2, K, N$. Запоминаются начальные коэффициенты при первой неизвестной циркуляции вихря, лежащей на острой кромке А: $G(x^p, \xi^1) = P(x^p)$, $p = \overline{1, N}$. Нумерация вихрей ведется именно с этой точки. Далее начинается итерационная процедура.

1. Формируется одномерный массив свободных членов:

$$v^p = -n_1 v_\infty - \sum_{q=1}^N G(x^p, \xi^q), p = 1, 2, K, N.$$

2. Изменяются начальные коэффициенты:

$$G(x^p, \xi^1) = P(x^p) + \sum_{k=1}^{N_s} G(x^p, \zeta^k), p = \overline{1, N}.$$

На первой итерации $N_s = 0$ и коэффициенты $G(x^p, 1)$ не изменяются.

3. Решается относительно неизвестных $\Gamma(\xi^q)$ система линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{q=1}^N \Gamma(\xi^q) G(x^p, \xi^q) = v(x^p), p = 1, 2, 3, K, N.$$

Запоминается циркуляция вихревого кольца, лежащего на острой кромке: $\gamma = \Gamma^1$.

4. Строится свободная поверхность тока, начиная с острой кромки А.

С использованием формулы (1) при $\vec{n} = \{1, 0\}$ вычисляется составляющая скорости v_x , при $\vec{n} = \{1, 0\}$ — составляющая скорости v_y . Последующая точка (x', y') определяется из предыдущей (x, y) с использованием формул: $x' = x + \Delta t v_x / \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, $y' = y + \Delta t v_y / \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, где Δt — шаг, который выбирается достаточно малым. Свободная поверхность тока будет состоять из свободных вихревых колец, удаленных друг от друга на расстояние шага дискретности r_h . Т. е. в процессе вычислений на каждом этапе проверяется расстояние до предыдущего свободного вихревого кольца. Как только в некоторой точке это расстояние становится равным с точностью

до малой погрешности шагу дискретности, в эту точку помещается следующее вихревое кольцо. Построение продолжается до вытяжного сечения. Затем итерационная процедура начинается с пункта 1 и продолжается, пока абсолютная величина разности между старым значением циркуляции γ на свободной поверхности тока и новым значением не становится больше заданной точности ε .

Траектории пылевых частиц строились с использованием дифференциального уравнения ее динамики:

$$\frac{\pi d_e^3}{6} \rho_p \frac{dv_p}{dt} = \frac{\pi d_e^3}{6} \rho_p g - \psi \chi S_m \rho_a \frac{|v_p - v_a| \cdot (v_p - v_a)}{2}, \quad (2)$$

где d_e — эквивалентный диаметр частицы; ρ_p — плотность частицы; v_p — скорость частицы; v_a — скорость воздуха; ρ_a — плотность воздуха; g — ускорение свободного падения; S_m — площадь миделевого сечения частицы, $S_m = \pi d_e^2/4$; χ — коэффициент ее динамической формы; ψ — коэффициент сопротивления воздуха, вычисляемый по формулам Стокса, Клячко, Адамова:

$$\psi = \begin{cases} 24 / \text{Re}, & \text{если } \text{Re} < 1, \\ 24(1 + 1/6 \cdot \text{Re}^{2/3}) / \text{Re}, & \text{если } 1 \leq \text{Re} < 10^3, \\ 24 / \text{Re} \cdot (1 + 0,065 \text{Re}^{2/3})^{1,5}, & \text{если } \text{Re} \geq 10^3, \end{cases} \quad (3)$$

где $\text{Re} = \frac{\rho_a |v_p - v_a| d_e}{\mu}$, μ — коэффициент динамической вязкости воздуха.

Разделив уравнение (2) на $\frac{\pi d_e^3}{6} \rho_p$, получим

$$\frac{dv_p}{dt} = g - \frac{3\psi\chi\rho_a}{4d_e\rho_p} |v_p - v_a| \cdot (v_p - v_a).$$

Это уравнение преобразуем к системе обыкновенных дифференциальных уравнений следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dv_{px}}{dt} = -\frac{3\psi\rho_a\chi}{4d_e\rho_p} |v_{px} - v_{ax}| (v_{px} - v_{ax}), \\ \frac{dx}{dt} = v_{px}, \\ \frac{dv_{pr}}{dt} = -g - \frac{3\psi\rho_a\chi}{4d_e\rho_p} |v_{pr} - v_{ar}| (v_{pr} - v_{ar}), \\ \frac{dy}{dt} = v_{pr}. \end{cases} \quad (4)$$

Система (3) решается методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности.

Задаем число Стокса $\text{St} = \frac{\tau u_\infty}{2R}$, где R — радиус трубы; $\tau = \frac{\rho_p d_e^2}{18\mu}$. Тогда

$$\text{St} = \frac{\rho_p d_e^2 u_\infty}{36\mu R} = \frac{\rho_p d_e^2}{\mu} = \frac{36 \cdot \text{St} \cdot R}{u_\infty}.$$

Обозначим $\psi_{\text{St}} = 24/\text{Re}$.

Тогда выражение (2) преобразуется к виду:

$$\psi = \psi_{\text{St}} \cdot \bar{\psi},$$

$$\bar{\psi} = \begin{cases} 1, & \text{если } \text{Re} < 1, \\ (1 + 1/6 \cdot \text{Re}^{2/3}), & \text{если } 1 \leq \text{Re} < 10^3, \\ (1 + 0,065 \text{Re}^{2/3})^{1,5}, & \text{если } \text{Re} \geq 10^3. \end{cases}$$

В этих обозначениях имеем дифференциальное уравнение

$$\frac{dv_p}{dt} = g - \frac{\bar{\psi}\chi u_\infty}{2 \cdot \text{St} \cdot R} (v_p - v_a), \quad (5)$$

которое соответствует системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dv_{px}}{dt} = -\frac{\bar{\psi}\chi u_\infty}{2 \cdot \text{St} \cdot R} (v_{px} - v_{ax}), \\ \frac{dx}{dt} = v_{px}, \\ \frac{dv_{py}}{dt} = -g - \frac{\bar{\psi}\chi u_\infty}{2 \cdot \text{St} \cdot R} (v_{py} - v_{ay}), \\ \frac{dy}{dt} = v_{py}. \end{cases} \quad (6)$$

Уравнения (6) не являются безразмерными, но в них выделен критерий Стокса, в зависимости от которого далее будет произведен ряд вычислительных экспериментов.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Приведем некоторые результаты расчета при скорости в отсосе $u_0 = 1$ м/с и скорости набегающего потока $u_\infty = 0,6$ м/с. В расчетах были использованы следующие параметры: шаг дискретности $r_h = 0,000625$ м; радиус трубы $R = 0,1$ м; длина трубы $20R$; всасывающее отверстие расположено по середине трубы; шаг построения поверхности тока $0,0000025$ м; шаг интегрирования дифференциального уравнения динамики пылевой частицы $0,001-0,005$; точность для построения свободной поверхности тока порядка $\varepsilon = 10^{-6}$.

Предельные траектории пылевых частиц с числами $\text{St} = 0,01$ и $\text{St} = 0,001$ практически накладываются друг на друга. Сплошной линией обозначена граница отрыва потока (рис. 2). С увеличением числа Стокса St область аспирации увеличивается. Расчет велся при $u_0 = 0$ м/с.

Начальные условия для построения траекторий пылевых частиц задавали следующим образом: $v_{px} = -u_\infty$, $v_{pr} = 0$, $x = 30R$. Предельную траекторию определяли с использованием метода половинного деления. Задавалось число Стокса, начальное положение пылевой частицы, определялось время релаксации. Начальные скорости полагались равными скорости набегающего потока. В переменную U_l помещалась ордината частицы, улавливаемой патрубком, а в переменную U_p — осаждающейся. В начальном прибли-

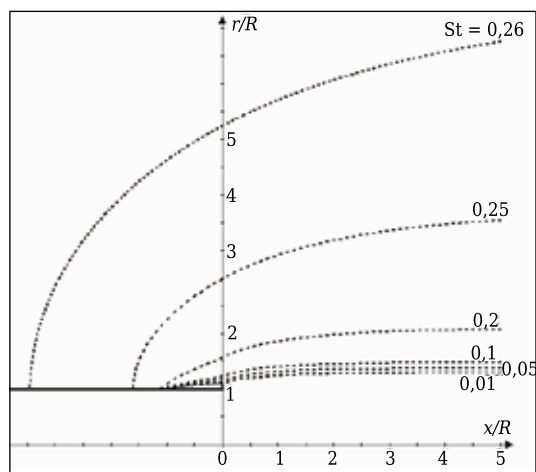


Рис. 2. Предельные траектории пылевых частиц при $l/R = 0,1$, $\bar{u} = 0,6$

жении полагалось $U_l = R$, $U_p = 40R$. Переменная $S_r = (U_p + U_l)/2$. Начальное положение удаления частицы от оси $r = S_r$. Далее организовывался цикл, который выполнялся до тех пор, пока истинно условие $|U_p - U_l| > 0,00000001$. Во вложенном цикле строились траектории частиц. При выходе из внутреннего цикла проверялось попадание частицы в патрубок. Если она улавливалась всасывающим отверстием, то переменная $U_l = S_r$, в противном случае $U_p = S_r$.

На рис. 3 видно, что предельные траектории могут и не заканчиваться на границе раструба. Это объясняется наличием точки разветвления пылевых частиц, что демонстрируется рис. 4, на котором изображены траектории пылевой частицы чуть ниже и чуть выше предельной. Предельные траектории пылевых частиц сжимаются в направлении к оси сим-

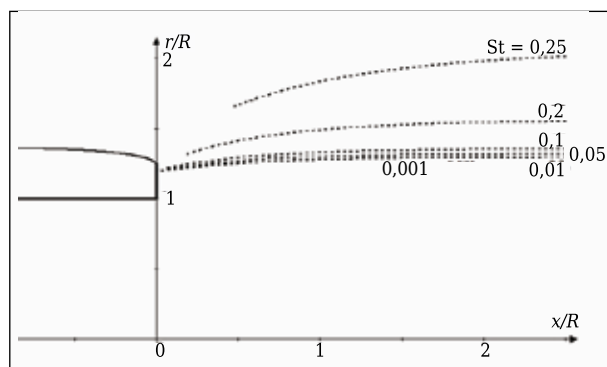


Рис. 3. Предельные траектории пылевых частиц при $l/R = 0,25$, $\bar{u} = 0,6$

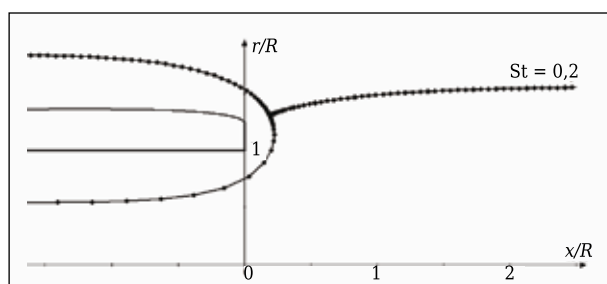


Рис. 4. Траектории пылевой частицы при $St = 0,2$, $l/R = 0,25$, $\bar{u} = 0,6$

метрии раструба в сравнении с их расположением на рис. 2.

Исследование поведения траекторий пылевых частиц и коэффициента аспирации в зависимости от различных параметров будет продолжено во второй части статьи.

* * *

Работа выполнена при финансовой поддержке совета по грантам Президента Российской Федерации (проект МД-95.2017.8).

Библиографический список

1. Logachev, I. N. Local Exhaust ventilation: aerodynamic processes and calculations of dust emissions / I. N. Logachev, K. I. Logachev, O. A. Averkova. — Boca Raton : CRC Press, 2015. — 576 p.
2. Шафран, Ю. В. Моделирование промышленных вентиляционных систем: проблема создания 3D-модели расчетной области / Ю. В. Шафран, А. В. Хоперсков // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1. Математика. Физика. — 2016. — № 2 (33). — С. 52–62.
3. Хоперсков, А. В. Численное моделирование вентиляционных течений в промышленных помещениях / А. В. Хоперсков, Ю. В. Шафран, М. А. Бутенко // Южно-Сибирский научный вестник. — 2014. — № 2 (6). — С. 98–102.
4. Логачёв, К. И. Моделирование пылевоздушных течений в спектре действия круглого местного вентиляционного отсоса-раструба. Сообщение 1. Разработка математической модели и вычислительного алгоритма / К. И. Логачёв, О. А. Аверкова, Е. И. Толмачёва // Изв. вузов. Строительство. — 2014. — № 9/10. — С. 56–64.
5. Ходаков, И. В. Численное и экспериментальное исследование отрыва потока на входе во всасывающие каналы с механическими экранами / И. В. Ходаков // Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. — 2016. — № 3. — С. 6–12.
6. Ходаков, И. В. Моделирование отрывного течения на входе в многоугольное всасывающее отверстие / И. В. Ходаков // Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. — 2016. — № 2. — С. 11–15.
7. Логачёв, К. И. Моделирование пылевоздушных течений в спектре действия круглого отсоса-раструба над непроницаемой плоскостью. Часть 1. Математическая модель и алгоритм ее компьютерной реализации / К. И. Логачёв, О. А. Аверкова, А. К. Логачёв [и др.] // Новые огнеупоры. — 2015. — № 12. — С. 56–60.
8. Logachev, K. I. Modeling of air and dust flows in the range of action of a round suction funnel above an impermeable plane. Part 1. A mathematical model and algorithm for its computer implementation / K. I. Logachev, O. A. Averkova, A. K. Logachev [et al.] // Refractories and Industrial Ceramics. — 2016. — Vol. 56, № 6. — P. 679–683.

8. **Логачёв, К. И.** Моделирование пылевоздушных течений в спектре действия круглого отсоса-раструба над непроницаемой плоскостью. Часть 2. Характеристики отрывной области и эффективность улавливания пылевых частиц / К. И. Логачёв, О. А. Аверкова, А. К. Логачёв [и др.] // Новые огнеупоры. — 2016. — № 2. — С. 62–66.

Logachev, K. I. Modeling of air and dust flows in the range of action of a round suction funnel above an impermeable plane. Part 2. Characteristics of separation region and efficiency of capture of dust particles / K. I. Logachev, O. A. Averkova, A. K. Logachev [et al.] // Refractories and Industrial Ceramics. — 2016. — Vol. 57, № 1. — P. 103–107.

9. **Гильфанов, А. К.** Математические модели аспирации аэрозолей в тонкостенные пробоотборники / А. К. Гильфанов, Ш. Х. Зарипов. — Казань : Казан. ун-т, 2012. — 120 с.

10. **Гильфанов, А. К.** Расчет концентраций частиц в задаче аспирации аэрозоля в тонкостенную трубку / А. К. Гильфанов, Ш. Х. Зарипов, Д. В. Маклаков // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2009. — № 6. — С. 89–99.

11. **Варсегова, Е. В.** О форме отрывных зон на входе в щелевой всасывающий патрубок / Е. В. Варсегова, В. Н. Посохин // Изв. Казанского гос. арх.-строит. ун-та. — 2015. — № 3. — С. 98–102.

12. **Абрамовиц, М.** Справочник по специальным функциям / М. Абрамовиц, И. Стиган. — М. : Наука, 1979. — 832 с. ■

Получено 09.12.16

© О. А. Аверкова, К. И. Логачёв, М. С. Грицкевич,
А. К. Логачёв, 2017 г.

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ



The International Nanotech & NanoScience Conference and Exhibition

NANOTECH FRANCE 2017

June 28 - 30, 2017 | Paris, France

Nanotechnology for a better world

Nanotech 2017 — конференция и выставка по наноматериалам

28–30 июня 2017 г. г. Париж, Франция

Темы:

- Расширенные группы наноматериалов**
 - Наночастицы. Синтез и приложения
 - Нанокompозиты/бионанокompозитные материалы
 - Наноструктурные / нанопористые материалы и устройства
 - Наноструктурные покрытия, поверхности и мембраны
 - Углеродные наноструктуры
 - Графен
 - Полимеры, получаемые по нанотехнологиям
 - Мягкие нанотехнологии и коллоиды
- Наноматериалы. Изготовление, характеристика и инструменты**
 - Синтез наноматериалов
 - Устойчивое нанопроизводство
 - Характеристика наноматериалов
 - Моделирование на наноуровне
- Наномасштабная электроника**
- Нанотехнологии в области естественных наук и медицины**
- Безопасность нанотехнологий**

www.nanotechfrance.com