


Д. А. Рогов (✉), к. ф.-м. н. **П. В. Коваленко**

ГНЦ РФ ОАО «ОНПП «Технология», г. Обнинск Калужской обл., Россия

УДК 531+536]:623.74

ЗАДАЧА МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИИ СОЕДИНЕНИЯ КЕРАМИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С МЕТАЛЛИЧЕСКИМ КОРПУСОМ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Представлен подход решения задачи определения оптимальной конструкции узла соединения керамической оболочки высокоскоростного летательного аппарата с его металлическим корпусом. Даны определения параметрам, оказывающим влияние на несущую способность этого узла. Приведен пример решения задачи поиска оптимума параметров конструкции для трехслойной осесимметричной модели.

Ключевые слова: керамическая оболочка, параметр оптимизации, штрафная функция, целевая функция, теплопрочность, конвективный теплообмен, напряжения.

ВВЕДЕНИЕ

В работе конструктора часто приходится искать компромисс между факторами, оказывающими взаимно обратное влияние на принятие решения. Так, например, изменение какого-нибудь параметра положительно влияет на одни свойства конструкции и одновременно с этим отрицательно на другие. В таких случаях необходимо найти так называемую «золотую середину», или оптимум.

Надежное соединение керамической оболочки обтекателя высокоскоростного летательного аппарата (ЛА) с его металлическим корпусом — сложная конструкторская задача, так как оно должно соответствовать ряду требований. В частности, для конструкций с адгезионным способом соединения керамического и металлического колец недопустим значительный прогрев по всей толщине узла крепления, так как, во-первых, в этом случае опережающее температурное расширение металла приводит к возникновению критических напряжений в керамике, во-вторых, при высоких температурах значительно снижается прочность клея [1].

Решение задачи оптимизации включает в себя следующие этапы: создание математической модели, описывающей суть физического явления; параметризация задачи; выбор целевой функции, зависимой, как правило, от большого числа переменных, нахождение ее минимума в области, принадлежность к которой задается условием

выполнения некоторого количества ограничений — равенств или неравенств. Наличие ограничений существенно увеличивает сложность задачи минимизации, так как в суженном пространстве оптимизируемых параметров экстремум целевой функции необязательно находится в точке с нулевым градиентом и, как правило, оказывается на границе поисковой области.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Теплопрочностная задача

Смоделируем клеевое соединение керамического обтекателя с металлическим шпангоутом в виде трехслойной кольцевой конструкции определенной длины (рис. 1). Наружная поверхность керамической стенки взаимодействует с окружающей средой в виде совместного конвективного и лучистого теплообмена. На внутренней поверхности металлического кольца ограничимся отводом тепла только излучением. Боковые поверхности примем адиабатическими (тепловой поток через поверхность $q = 0$). Все необхо-

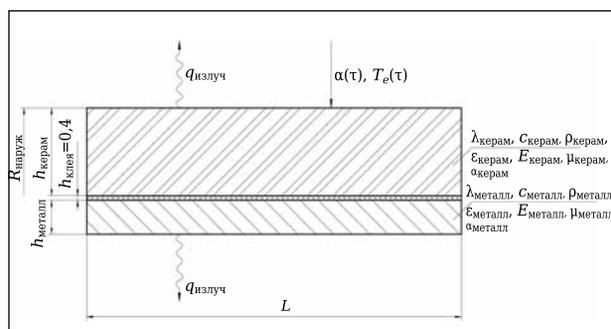


Рис. 1. Модель трехслойной конструкции



Д. А. Рогов
 E-mail: rogov.dmitry.76@yandex.ru

димые свойства материалов известны. Сформулируем задачу математически.

При заданных условиях температура в трехслойной стенке будет функцией только одной координаты r , дифференциальное уравнение нестационарной теплопроводности для рассматриваемого случая запишется в виде [2]:

$$\frac{dt}{d\tau} = a \left(\frac{d^2t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} \right), \quad (1)$$

где a — коэффициент температуропроводности, $a = \lambda/c_p$.

В начальный момент времени при $\tau = 0$ температура по всей толщине стенки постоянна и равна

$$t(r, 0) = t_0. \quad (2)$$

Граничные условия на наружной ($r = R_{\text{наруж}}$) и внутренней ($r = R_{\text{внутр}} = R_{\text{наруж}} - h_{\text{керам}} - h_{\text{клея}} - h_{\text{металл}}$) поверхностях запишутся [3]:

$$r = R_{\text{наруж}}: -\lambda \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=R_{\text{наруж}}} + \varepsilon_{\text{керам}} \sigma (T_r = R_{\text{наруж}})^4 = \alpha (T_e - T_r = R_{\text{наруж}}); \quad (3)$$

$$r = R_{\text{внутр}}: -\lambda \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=R_{\text{внутр}}} = \varepsilon_{\text{металл}} \sigma (T_r = R_{\text{внутр}})^4.$$

Таким образом, дифференциальное уравнение (1) совместно с начальными (2) и граничными условиями (3) математически формулируют поставленную задачу, решением которой является функция распределения температуры в стенке

$$t = t(r, \tau). \quad (4)$$

На конечный момент времени теплового нагружения $\tau = \tau_k$ из-за изменения температуры по толщине трехслойной стенки, а также вследствие разности температурных коэффициентов линейного расширения материалов (ТКЛР) в керамическом кольце возникнут напряжения, величину которых можно оценить аналитически [4]:

$$\sigma_{\text{керам}}(r, \tau_k) = \frac{E_k a_k}{1 - \mu_k} [\bar{T}_k - t(r, \tau_k)] + E_k (\alpha_m \bar{T}_m - \alpha_k \bar{T}_k) \frac{E_m h_m}{E_k h_k + E_m h_m + \frac{E_k h_k E_m h_m h_{\text{клея}}}{E_{\text{клея}} R_{\text{клея}}^2}}, \quad (5)$$

где средние по толщине температуры:

$$\bar{T}_k = \frac{1}{h_{\text{керам}}} \int_{R_{\text{наруж}} - h_{\text{керам}}}^{R_{\text{наруж}}} t(r, \tau_k) dr \quad \text{и}$$

$$\bar{T}_m = \frac{1}{h_{\text{металл}}} \int_{R_{\text{внутр}}}^{R_{\text{наруж}} - h_{\text{керам}} - h_{\text{клея}}} t(r, \tau_k) dr, \quad (6)$$

в обозначениях свойств индекс m — для металла, k — для керамики.

Задача оптимизации

Решение задач оптимизации сводится в математическом плане к отысканию точек экстремума

функционалов. В наиболее типичных случаях возникает задача минимизации функции $f(x)$ на некотором множестве G n -мерного пространства векторного аргумента $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Если множество G совпадает со всем n -мерным пространством, то такую оптимизацию принято называть безусловной. Однако большинство инженерных задач связано с оптимизацией при наличии некоторого количества ограничений на управляемые переменные x_1, x_2, \dots, x_n . Такие ограничения, задаваемые в виде неравенств или равенств, существенно уменьшают размеры области, в которой следует искать оптимум.

В общем виде задача условной оптимизации запишется [5]:

найти минимум функции $f(x)$:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min \quad (7)$$

в области

$$x_i^{\text{н}} \leq x_i \leq x_i^{\text{в}}, \quad i = 1, \dots, n \quad (8)$$

с учетом ограничений

$$h_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad k = 1, \dots, K, \quad (9)$$

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0, \quad j = 1, \dots, J,$$

где $f(x)$ называется *целевой функцией*; x_1, x_2, \dots, x_n — независимые (управляемые) переменные; h_k, g_j — зависимые переменные. Заметим, что в любой задаче оптимизации целевая функция должна быть только одна.

Примем в нашем примере в качестве независимых (варьируемых) переменных толщины двух слоев конструкции — керамического ($h_{\text{керам}}$) и металлического ($h_{\text{металл}}$). Значение толщины соединяющего их клеевого слоя зафиксируем и примем равным 0,4 мм. Ограничения множества управляемых параметров $h_{\text{керам}}$ и $h_{\text{металл}}$ зададим в виде

$$T_{\text{клея}}(h_{\text{керам}}, h_{\text{металл}}) \leq 300 \text{ }^\circ\text{C} \quad \text{и}$$

$$\sigma_{\text{керам}}(h_{\text{керам}}, h_{\text{металл}}) \leq 20 \text{ МПа}. \quad (10)$$

Область изменения зафиксируем отрезками

$$5 \text{ мм} \leq h_{\text{керам}} \leq 15 \text{ мм} \quad \text{и}$$

$$2 \text{ мм} \leq h_{\text{металл}} \leq 10 \text{ мм}. \quad (11)$$

Ограничения (10) выбраны исходя из физических свойств керамики и клея, определяющих предел прочности при растяжении керамики $[\sigma] = 25$ МПа с необходимым запасом прочности и верхнюю температурную границу применения клея $T_{\text{max}} = 330$ °С.

Температурное ограничение (10) определится из решения (4) при $r = R_{\text{наруж}} - h_{\text{керам}}$, а $\sigma_{\text{керам}}$ — это максимальное по r напряжение, определяемое (5).

Из всех допустимых (т. е. удовлетворяющих неравенствам (10) и (11)) значений независимых переменных оптимальными с конструкторской



точки зрения будут считаться те, которые обеспечивают наименьшую массу всего узла соединения. Таким образом, целевая функция, минимум которой предстоит найти на отрезках (11), определится как

$$M(h_{\text{керам}}, h_{\text{металл}}) = V_{\text{керам}}(h_{\text{керам}}) \cdot \rho_{\text{керам}} + V_{\text{металл}}(h_{\text{металл}}) \cdot \rho_{\text{металл}}, \quad (12)$$

где $V_{\text{керам}}$, $V_{\text{металл}}$ и $\rho_{\text{керам}}$, $\rho_{\text{металл}}$ — объемы и плотности керамического и металлического колец соответственно.

МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Метод решения физической задачи

Сформулированное уравнение (1) с соответствующими краевыми условиями (начальными и граничными) будем решать численно, т. е. воспользуемся возможностями ЭВМ. Численным решением называется решение, полученное в виде таблицы чисел.

При численном решении дифференциальных уравнений в частных производных наиболее часто применяют конечно-разностные подходы [5]. Их идея для решения краевых задач заключается в том, что вместо производных в дифференциальном уравнении используются их конечно-разностные аппроксимации. Этот принцип реализован в применяемом для решения задачи методе конечных элементов (МКЭ). Опишем его основную суть.

Для применения МКЭ твердое тело разбивают на части — конечные элементы, которые, соприкасаясь друг с другом, образуют точки пересечения своих границ — узлы. Конечные элементы наделяются различными свойствами, которые задаются с помощью констант и функций. Состояние тела характеризуется конечным числом независимых параметров, определенных в узлах конечно-элементной сетки [6]. Такие параметры называются степенями свободы. Для тепловой задачи каждый узел i имеет одну степень свободы — температуру T_i , а каждый элемент e определен вектором узловых температур $\{T\}_e$. Совокупность температур всех узлов модели в некоторый момент времени составит глобальный вектор температур $\{T\}$ и определит распределение температуры в теле, являющееся решением (4):

$$\{T\} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_n \end{Bmatrix}, \quad (13)$$

где n — общее количество узлов модели.

Решение в промежуточных между узлами элемента точках (i и j) определяется интерполяцией (линейной или квадратичной), которая выполняется с помощью множества кусочно-непрерывных функций, называемых функциями формы. Для линейной интерполяции двух-узлового элемента:

$$T(r) = [N(r)]_e \{T\}_e = [N_1 \ N_2] \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix},$$

$$N_1 = \frac{r_j - r}{r_j - r_i}, \quad N_1(r_i) = 1, \quad N_1(r_j) = 0, \quad (14)$$

$$N_2 = \frac{r - r_i}{r_j - r_i}, \quad N_2(r_i) = 0, \quad N_2(r_j) = 1,$$

$$N_1(r) + N_2(r) = 1,$$

$[N(r)]_e$ — матрица функций формы элемента.

Далее для каждого элемента составляется уравнение баланса тепловых потоков в матричном виде. Это уравнение эквивалентно (1) и учитывает граничные условия каждого элемента [7]:

$$[C]_e \frac{\partial}{\partial t} \{T\}_e + [K]_e \{T\}_e = \{Q\}, \quad (15)$$

$$\{Q\} = \{Q\}_e + \{Q\}_e^q + \{Q\}_e^w + \{Q\}_e^a, \quad (16)$$

где $[C]_e$ — матрица теплоемкости элемента; $\{T\}_e$ — вектор узловых температур элемента; $[K]_e$ — матрица теплопроводности элемента; $\{Q\}$ — общая внешняя тепловая нагрузка на элементе, складывающаяся из $\{Q\}_e$ — условных узловых тепловых нагрузок элемента от других элементов и $\{Q\}_e^q$, $\{Q\}_e^w$, $\{Q\}_e^a$ — векторов узловых тепловых нагрузок элемента, эквивалентных соответственно поверхностному тепловому потоку, тепловым потокам от внутренних источников и от конвективной теплопередачи.

Матрицы теплопроводности и теплоемкости определяются из выражений:

$$[K]_e = \int_{L_e} [B]_e^T [D]_e [B]_e dr \quad \text{и} \\ [C]_e = \int_{L_e} \rho c [N]_e^T [N]_e dr, \quad (17)$$

$[B]_e = \frac{\partial}{\partial r} [N]_e$ — матрица производных от линейных функций форм элемента $[N]_e$, $[D]_e$ — матрица теплопроводности.

Разрешающие дифференциальные уравнения для всей модели получаются формированием общих (глобальных) матриц теплопроводности и теплоемкости путем суммирования соответствующих компонентов с одинаковыми индексами всех элементных матриц:

$$[C] \frac{\partial}{\partial t} \{T\} + [K] \{T\} = \{Q\}. \quad (18)$$

Рассмотрим решение матричного дифференциального уравнения (18) конечно-разностным методом с использованием центрально-разностной схемы. Для средней точки интервала времени $\Delta t = \tau_{n+1} - \tau_n$ производная от глобального вектора $\{T\}$ приближенно представляется выражением [5]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \{T\} = \frac{\{T\}_{n+1} - \{T\}_n}{\Delta t}. \quad (19)$$

В той же средней точке временного интервала приближенно вычисляются глобальные векторы узловых температур и тепловых узловых нагрузок:

$$\{T\} = \frac{\{T\}_{n+1} + \{T\}_n}{2} \text{ и } \{Q\} = \frac{\{Q\}_{n+1} + \{Q\}_n}{2}. \quad (20)$$

Подставив выражения (19) и (20) в дифференциальное уравнение (18), получим рекуррентную формулу, используя которую совместно с начальными условиями, можно определить глобальный вектор температур (13) на каждом временном шаге [6]:

$$([K] + \frac{2}{\Delta\tau}[C])\{T\}_{n+1} = (\frac{2}{\Delta\tau}[C] - [K])\{T\}_n + 2\{Q\}. \quad (21)$$

Таким образом, применив линейную аппроксимацию температуры по длине элемента (14) и по времени (19), задачу решения сложных дифференциальных уравнений (18) свели к решению системы линейных алгебраических уравнений (21).

На сегодняшний день существуют программные комплексы инженерного анализа, вычислительные операции в которых основаны на методе конечных элементов. Программа автоматически выполняет разбиение декартового и временного пространств на элементы, составляет глобальную систему уравнений и решает ее. Для решения теплопрочностной задачи оптимизации описанным в данном разделе методом воспользуемся одной из таких программ — Ansys Mechanical v.14.5 (лицензионный договор № 050413-03).

Метод решения задачи оптимизации

Существует множество методов оптимизации различной сложности алгоритмов и эффективности (сходимости) достижения необходимого экстремума. В данной задаче воспользуемся для простоты методом нулевого порядка (именуемым Subproblem Approximation Method — SUBP), который тем не менее весьма эффективен и при недостаточной точности может служить начальным приближением для метода первого порядка [8].

На первом этапе метода SUBP с использованием исходных значений независимых переменных (или заданных пользователем, или выбранных программой случайным образом из области (11)) решается задача оптимизации. Затем зависимые переменные (целевая функция и ограничения) заменяются аппроксимирующими функциями, полученными на основе значений решенной задачи методом наименьших квадратов:

$$\tilde{M}(h_i) = M(h_i) + \xi, \quad \tilde{T}_{\text{клея}}(h_i) = T_{\text{клея}}(h_i) + \xi, \quad \tilde{\sigma}(h_i) = \sigma(h_i) + \xi, \quad (22)$$

где ξ — отклонения от значений функций; $h_i = (h_{\text{керам}}, h_{\text{металл}})$.

Аппроксимирующий многочлен второго порядка с перекрестным перемножением независимых переменных имеет вид (для целевой функции):

$$\tilde{M}(h_i) = m_0 + \sum_{i=1}^2 m_i h_i + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 m_{ij} h_i h_j, \quad (23)$$

где m_i и m_{ij} — коэффициенты, подбираемые программой методом наименьших квадратов и уточняемые на каждой итерации.

Теперь задача минимизации ставится следующим образом:

минимизировать функцию

$$\tilde{M} = \tilde{M}(h_i) \quad (24)$$

в области (11) с учетом ограничений

$$\tilde{T}_{\text{клея}}(h_i) \leq 300 + \alpha \text{ и } \tilde{\sigma}(h_i) \leq 20 + \beta, \quad (25)$$

где α и β — задаваемые пользователем допуски на ограничения.

Решается эта задача методом штрафных функций. Основная идея метода состоит в преобразовании задачи минимизации функции (24) с соответствующими ограничениями (25), наложенными на $h_i = (h_{\text{керам}}, h_{\text{металл}})$, в задачу поиска минимума без ограничений функции

$$\tilde{M} = \tilde{M}(h_i) + P(h_i). \quad (26)$$

Функция $P(h_i)$ является штрафной. Необходимо, чтобы при нарушении ограничений (11) она «штрафовала» функцию \tilde{M} , т. е. увеличивала ее значение. В этом случае минимум функции \tilde{M} будет находиться внутри области ограничений. Функция, удовлетворяющая этому условию, может быть не единственной и в алгоритме имеет вид

$$P(h_i) = p_1 \cdot T(\tilde{T}_{\text{клея}}(h_i)) + p_2 \cdot \sigma(\tilde{\sigma}(h_i)),$$

$$T(\tilde{T}_{\text{клея}}(h_i)) = c_1 + \frac{c_2}{T(\tilde{T}_{\text{клея}}(h_i)) - 300}, \quad (27)$$

$$\sigma(\tilde{\sigma}(h_i)) = c_3 + \frac{c_4}{\tilde{\sigma}(\tilde{\sigma}(h_i)) - 20}, \quad (28)$$

где p_n и c_n — внутренние константы, подбираемые программой на каждой итерации для лучшей сходимости.

Если h_i принимает допустимые значения, т. е. значения, удовлетворяющие (25), то \tilde{M} принимает значения, которые больше соответствующих значений $\tilde{M}(h_i)$, и разность можно уменьшить за счет того, что p_n могут быть очень малыми. Но если h_i принимает значения, которые хотя и являются допустимыми, но близки к границе области ограничений и по крайней мере одна из функций $[T_{\text{клея}}(h_i) - 300]$ или $[\tilde{\sigma}(h_i) - 20]$ близка к нулю, то значения функции $P(h_i)$ и, следовательно, значения функции \tilde{M} станут очень велики. Таким образом, влияние функции состоит в создании «гребня с крутыми краями» вдоль каждой границы области ограничений (рис. 2).

Следовательно, если поиск начнется из допустимой точки и осуществляется поиск минимума функции \tilde{M} без ограничений, то минимум,

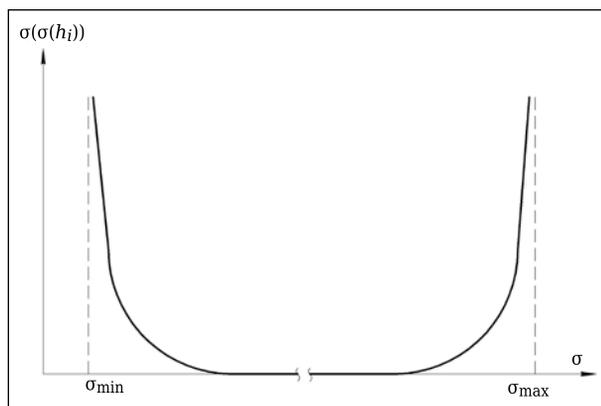


Рис. 2. Вид штрафной функции

конечно, будет достигаться внутри допустимой области для задачи с ограничениями. Полагая p_n достаточно малой величиной, для того чтобы влияние $P(h_i)$ было малым в точке минимума, мы можем сделать точку минимума функции M без ограничений совпадающей с точкой минимума задачи с ограничениями.

Заключительным шагом на каждой j -й итерации является определение вектора независимых переменных для следующей, $(j + 1)$ -й итерации. Итерационная формула, отображающая множество значений вектора h_i на себя, имеет вид

$$h_i^{(j+1)} = h_i^{(\text{наилуч})} + C \cdot (h_i^{(j)} - h_i^{(\text{наилуч})}), \quad (29)$$

где $h_i^{(\text{наилуч})}$ — вектор независимых переменных, наилучшим образом удовлетворяющий (26); C — константа, вычисляемая программой исходя из количества уже просчитанных задач с недопустимым вектором h_i .

Таким образом, на каждой итерации один раз решается задача оптимизации и проверяется соответствие решений (4) и (5) ограничениям (10). Итерационный процесс завершается, и задача считается решенной с заданной пользователем точностью, если выполняются условия сходимости:

$$\begin{aligned} |M^j - M^{j-1}| &\leq \mu, \\ |M^j - M^{(\text{наилуч})}| &\leq \mu, \\ |h_i^{(j)} - h_i^{(j-1)}| &\leq \eta, \\ |h_i^{(j)} - h_i^{(\text{наилуч})}| &\leq \eta, \end{aligned} \quad (30)$$

где μ и η — заданные пользователем допуски (точность) для целевой функции и независимых переменных.

ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА РЕАЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Как уже отмечалось, теплопрочностная задача решается методом конечных элементов средства-

ми программного комплекса Ansys [9], в который встроен модуль оптимизации. Использование этого модуля позволяет определить оптимальную конфигурацию запараметризованной задачи итерационными методами вычисления. Под оптимальной понимается определенная конфигурация задачи (геометрия, применяемые материалы и др.), которая соответствует указанным пользователем требованиям. Требования могут определять минимально (максимально) допустимые величины, характеризующие изделие: массу, площадь поверхности, объем, напряжения в материалах и тому подобные факторы. Оптимумом решения будет считаться то, которое наилучшим образом удовлетворяет всем требованиям.

Автоматически любой параметр задачи может быть оптимизирован: геометрические размеры, размещение упоров (закреплений), собственные частоты, свойства применяемых материалов и др. Любое свойство, параметр, используемые в расчетах, принимающие то или иное числовое значение, могут быть оптимизированы.

Результат оптимизации можно представить в табличном виде или графически отобразить изменение переменных по итерациям.

Описание файла модели

На основе сформулированной теплопрочностной задачи оптимизации выполняется построение твердотельной модели, ее разбиение на конечные элементы, приложение нагрузок, запуск решения и обработка результатов. Задача имеет свойство осесимметричности, поэтому модель строится по осевому сечению колец (см. рис. 1). Все области модели прямоугольной формы, поэтому легко разбиваются на четырехузловые элементы первого порядка Plane55, которые в своих узлах имеют только одну степень свободы — температуру.

Далее задается постоянной начальная температура всех элементов, прикладывается к верхней границе нестационарная конвективная тепловая нагрузка длительностью 182 с, определяются параметры лучистого теплообмена с наружной и внутренней границ, выполняется расчет, результаты которого сохраняются в отдельный файл.

Следующим этапом является определение напряжений, возникающих из-за разности температур по толщине стенки и ТКЛР материалов. Для этого изменяется тип конечных элементов на Solid42, имеющий прочностные свойства. Из сохраненных результатов теплового расчета к узлам прочностных элементов прикладывается температурная нагрузка и рассчитываются напряжения.

Все вышеописанные действия интерпретируются внутренними командами Ansys [9] и за-



носятся последовательно в командный файл с расширением .lgw. На основе этого файла в процессе оптимизации программой будет создан файл .loop, и все занесенные команды будут многократно повторяться от итерации к итерации.

Введенные значения исходных данных:

Геометрия:	Свойства материалов:	
$R_{\text{наруж}} = 89 \text{ мм}$	$\rho_{\text{керам}} = 2000 \text{ кг/м}^3$	$\rho_{\text{металл}} = 8100 \text{ кг/м}^3$
$h_{\text{керам}} = 9,5 \text{ мм}$	$E_{\text{керам}} = 41 \text{ ГПа}$	$E_{\text{металл}} = 144 \text{ ГПа}$
$h_{\text{металл}} = 3 \text{ мм}$	$\mu_{\text{керам}} = 0,17$	$\mu_{\text{металл}} = 0,3$
$h_{\text{клея}} = 0,4 \text{ мм}$	$\lambda_{\text{керам}} = 0,8 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$	$\lambda_{\text{металл}} = 13,5 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$
$L = 55 \text{ мм}$	$c_{\text{керам}} = 1100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$	$c_{\text{металл}} = 500 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$
	$\alpha_{\text{керам}} = 0,55 \cdot 10^{-6} \text{ 1/К}$	$\alpha_{\text{металл}} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ 1/К}$
	$\epsilon_{\text{керам}} = 0,5$	$\epsilon_{\text{металл}} = 0,5$

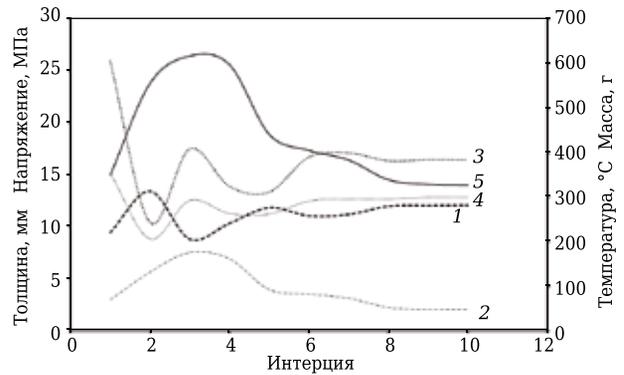


Рис. 3. Сходимость процесса оптимизации: 1 — $h_{\text{керам}}$; 2 — $h_{\text{металл}}$; 3 — $\sigma_{\text{керам}}$; 4 — $T_{\text{клея}}$; 5 — масса

Анализ результатов

После завершения программой процесса оптимизации результаты вычислений на каждой итерации заносятся в файл с расширением .ort. Итогом оптимизации является оптимальный вектор значений независимых переменных h_i , наиболее близко соответствующий минимуму целевой функции M и удовлетворяющий наложенным на него ограничениям. Ход процесса оптимизации виден по ее параметрам, представленным в табличном виде по итерациям:

Итерция	$h_{\text{керам}}$, мм	$h_{\text{металл}}$, мм	$T_{\text{клея}}$, °С	$\sigma_{\text{керам}}$, МПа	M , г
1	9,5	3	354,25	25,944	350,72
2	13,472	5,6575	207,14	10,462	556,18
3	8,8799	7,5389	292,9	17,522	617,3
4	10,376	6,9434	263,64	13,923	597,63
5	11,886	3,988	262,36	13,358	441,41
6	11,108	3,5489	291,42	16,739	405,44
7	11,241	3,1618	296,01	17,137	383,84
8	12,028	2,2535	295,92	16,382	339,47
9	12,093	2,0662	299,56	16,487	329,02
10	12,119	2,0311	299,85	16,463	327,26

Как видно, решение задачи минимизации целевой функции общей массы сходится за 10 итераций, и только первая является недопустимой по ограничениям. Оптимальная конфигурация конструкции клеевого соединения керамической оболочки и металлического шпангоута для заданной тепловой нагрузки будет при толщине керамики 12,119 мм и толщине шпангоута 2,0311 мм. При этом температура клеевого слоя не превысит 300 °С, а максимальные напряжения растяжения в керамике составят 16,463 МПа.

Сходимость переменных задачи к своим оптимальным значениям представлена графически на рис. 3.

На рис. 4 изображен график изменения функции $M(h_{\text{керам}}, h_{\text{металл}})$, по линиям контура которого видно, что в заданном интервале изменения

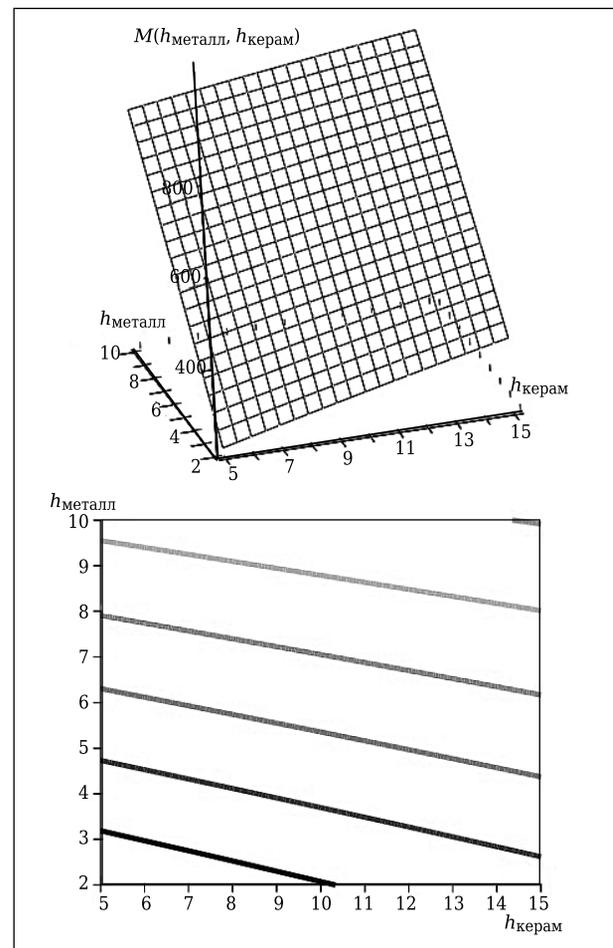


Рис. 4. Целевая функция общей массы от толщин керамики и металла

переменных минимум (с учетом ограничений) достигается в окрестности точки оптимума.

Для оптимальных параметров задачи распределение температуры по толщине трехслойной стенки в течение режима $\tau = 182 \text{ с}$ изображено на рис. 5.

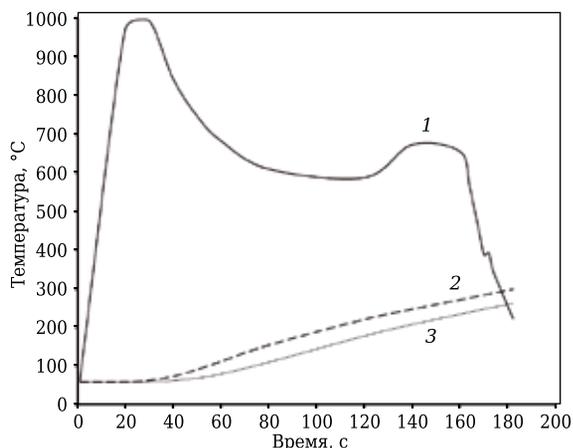


Рис. 5. Изменение температуры по режиму для оптимальных параметров. Температура: 1 — керамики наружная; 2 — керамики внутренняя; 3 — шпангоута

Библиографический список

1. **Ромашин, А. Г.** Радиопрозрачные обтекатели летательных аппаратов / *А. Г. Ромашин, В. Е. Гайдачук, Я. С. Карпов* [и др.]. — Харьков : ХАИ, 2003. — 239 с.
2. **Исаченко, В. П.** Теплопередача : учеб. для вузов ; 4-е изд., перераб. и доп. / *В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел*. — М. : Энергоиздат, 1981. — 416 с.
3. **Кириллов, П. Л.** Тепломассообмен в ядерных энергетических установках : учебное пособие для вузов по специальности «Атомные электрические станции и установки» ; 2-е изд., перераб. / *П. Л. Кириллов, Г. П. Богословская*. — М. : Энергоатомиздат, 2008. — 256 с.
4. **Липовцев, Ю. В.** Расчет и проектирование составных оболочечных конструкций : учеб. пособие / *Ю. В. Липовцев, М. Ю. Русин, А. С. Хамицаев*. — Обнинск : ОГУИЯТЭ, 2003. — 76 с.
5. **Кузнецов, Г. В.** Разностные методы решения задач теплопроводности : учеб. пособие / *Г. В. Кузнецов, М. А. Шеремет*. — Томск : ТПУ, 2007. — 172 с.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведен способ подбора оптимальных толщин сопряженных через клеевой слой керамического и металлического колец, имитирующих соединение головного обтекателя со шпангоутом корпуса ЛА. Способ заключается в итерационном приближении решения теплопрочностной задачи к такому, при котором будут выполняться необходимые прочностные и температурные ограничения, а общая масса узла будет минимальной. Удобство способа состоит в том, что и само решение физической задачи, и автоматический процесс оптимизации ее параметров выполняются в одной программной среде.

Результатом решения задачи оптимизации является конфигурация узла с оптимальными геометрическими параметрами, обеспечивающими работоспособность конструкции для заданного теплового режима нагружения.

6. **Бахвалов, Н. С.** Численные методы : учеб. пособие ; 3-е изд., доп. и перераб. / *Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков*. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. — 636 с.

7. **Рейзлин, В. И.** Численные методы оптимизации : учеб. пособие / *В. И. Рейзлин*. — Томск : ТПУ, 2011. — 105 с.

8. **Бруйка, В. А.** Инженерный анализ в AnsysWorkbench. Ч. 1. / *В. А. Бруйка, В. Г. Фокин, Е. А. Солдусова* [и др.]. — Самара : Самар. гос. техн. ун-т, 2010. — 271 с.

9. ANSYSHelpdocumentation [ANSYSParametricDesign LanguageGuide] / APDL, v.12.1 — Прил. : Справочник пользователя / © 2013 SASIP, Inc. ■

Получено 01.09.14

© Д. А. Рогов, П. В. Коваленко, 2014 г.

